

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
RIO GRANDE DO SUL – *CAMPUS* OSÓRIO
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GIULIA GONÇALVES DA SILVA

**UM CONJUNTO DE ATIVIDADES INVESTIG(ATIVAS) DE FUNÇÃO AFIM
ANCORADAS NO MODELO HÍBRIDO**

Osório - RS

2023

Giulia Gonçalves da Silva

**UM CONJUNTO DE ATIVIDADES INVESTIG(ATIVAS) DE FUNÇÃO AFIM
ANCORADAS NO MODELO HÍBRIDO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no
Campus Osório do Instituto Federal do Rio Grande do
Sul como requisito parcial para a conclusão do Curso
de Matemática – Licenciatura.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Aline Silva de Bona

Osório - RS

2023

S586e Silva, Giulia Gonçalves

Um conjunto de atividades investig(ativas) de função afim ancoradas no modelo híbrido [recurso eletrônico] / Giulia Gonçalves Silva; orientadora: Aline Silva De Bona. – Osório, RS : 2023.

72 p.

TCC (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, *Campus Osório*, 2023.

1. Tecnologia educacional. 2. Aprendizagem. 3. Funções (Matemática). 4. Ensino híbrido. I. De Bona, Aline Silva, *orientadora*. II. Título.

CDU: 37:51

Catálogo na fonte: Aline Terra Silveira CRB10/1933

Giulia Gonçalves da Silva

**UM CONJUNTO DE ATIVIDADES INVESTIG(ATIVAS) DE FUNÇÃO AFIM
ANCORADAS NO MODELO HÍBRIDO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no
Campus Osório do Instituto Federal do Rio Grande do
Sul como requisito parcial para a conclusão do Curso
de Matemática – Licenciatura.

Aprovado em 15 de agosto de 2023

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^a Dr^a. Aline Silva de Bona – IFRS

Prof. Dr. Guilherme Ferreira Monteiro
Membro da Banca

Prof. Me. Eduardo Meliga Pompermayer
Membro da Banca

DEDICATÓRIAS

Dedico este trabalho à minha família, à Kelli e sua família, que me apoiaram durante toda a minha trajetória acadêmica e que não mediram esforços para me ajudar.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos meus pais Carla e João, e também as minhas irmãs Gabriela e Geovana, por sempre me apoiarem e me darem todo o suporte necessário para que eu pudesse me dedicar aos estudos, mesmo quando isso significava a minha ausência nos momentos de família.

À Kelli Lessa de Souza, que além de ser minha namorada é minha amiga, que está sempre comigo, nos altos e baixos, me escutando, me apoiando e sempre acreditando em mim. Obrigada por me acompanhar durante todos estes anos, tu és meu porto seguro!

Agradeço também à minha cunhada e sogros que acompanharam minha jornada e sempre me apoiaram e incentivaram.

Agradeço aos colegas que o IFRS Campus Osório me oportunizou conhecer e compartilhar histórias, momentos, choros e alegrias, entre eles o Davi, meu amigo parceiro para todas as horas; à Tainara e à Bruna, pela parceria de sempre; ao Leonardo e à Alexia, o segundo casal mais fofo da matemática.

À minha orientadora, professora Aline Silva de Bona, que desde a primeira aula me encantou com seu conhecimento, dedicação e por amar o que faz, me incentivando sempre e acreditando em mim.

Agradeço também a todos os meus professores do curso de Licenciatura em Matemática do campus Osório que contribuíram para a minha formação, em especial os professores Ednei Luis Becher, Lisandro Bitencourt Machado, Fernando Rodrigues de Oliveira e Guilherme Ferreira Monteiro.

EPÍGRAFE

Conheça todas as teorias, domine todas as técnicas, mas ao tocar uma alma humana seja apenas outra alma humana.
- Carl G. Jung

RESUMO

A tecnologia evolui a cada instante e o espaço escolar precisa acompanhar essa evolução e adotar práticas de ensino que abordem a utilização da tecnologia na sala de aula, aproximando os alunos deste recurso sob uma perspectiva diferente: a que ele aprende com ela e a partir dela. A utilização destes recursos nas aulas de matemática é uma ferramenta poderosa e que contribui para que a disciplina seja apresentada de um ponto de vista humano, que valoriza as ideias e as construções dos alunos, fazendo com que se desmistifique a cultura de que “a matemática é difícil” ou que “a matemática é um dom” e que seja desenvolvido o pensamento de que a matemática é para todos. Ainda sob esta perspectiva, as atividades investigativas em matemática contribuem para esse mesmo olhar, inserindo-se em um cenário em que os alunos raciocinam, observam, pensam, constroem, testam e argumentam, construindo assim a sua aprendizagem. Neste sentido, este trabalho teve como objetivo criar um conjunto de atividades investigativas de função afim para o 1º ano do ensino médio, integrando as tecnologias e possibilitando a utilização de modelos híbridos de ensino na esfera da Educação Pública Estadual do Litoral Norte do RS. A pesquisa utilizou da abordagem qualitativa e sob o ponto de vista dos objetivos foi exploratória, adotando a metodologia de grupo focal para coleta de dados, que objetivou investigar as considerações de professoras de matemática e de alunos acerca do conjunto de atividades investigativas para a sala de aula invertida. Os dados foram coletados a partir da discussão com os membros dos grupos (1) o grupo de professoras e (2) o grupo de alunos. O conjunto de atividades adotou o modelo híbrido de ensino de sala de aula invertida, portanto foram elaboradas três atividades presenciais e três atividades remotas, que sucediam as presenciais. As atividades presenciais eram do tipo investigativas e as remotas consistiam em um material teórico do conteúdo de função afim e em um questionário. Quanto aos resultados da pesquisa foi possível identificar que as professoras gostaram das atividades elaboradas, porém há um receio e falta de domínio das tecnologias e ainda uma preocupação a respeito do tempo, seja de planejamento ou tempo de aula necessário para a execução das atividades. Os alunos por sua vez mostraram-se engajados nas propostas investigativas e com o uso das tecnologias, sugerindo ideias para a melhoria das atividades.

Palavras Chaves: Tecnologias na Educação, Atividades Investigativas, Função Afim, Ensino Híbrido.

ABSTRACT

Technology evolves with every instant, and the educational space needs to keep up with this evolution by adopting teaching practices that address the use of technology in the classroom, bringing students closer to this resource from a different perspective: one in which they learn with it and from it. The utilization of these resources in mathematics classes is a powerful tool that contributes to presenting the subject from a human standpoint, valuing students' ideas and constructions, demystifying the culture that "mathematics is difficult" or that "mathematics is a gift," and developing the notion that mathematics is for everyone. Still within this perspective, investigative activities in mathematics contribute to this same view, fitting into a scenario where students reason, observe, think, construct, test, and argue, thereby constructing their own learning. In this sense, this work aimed to create a set of investigative activities for linear functions for the 1st year of high school, integrating technologies and enabling the use of hybrid teaching models in the context of the State Public Education of the North Coast of Rio Grande do Sul, Brazil. The research used a qualitative approach and from an objective standpoint, it was exploratory, adopting the focus group methodology for data collection, which aimed to investigate the considerations of mathematics teachers and students about the set of investigative activities for the flipped classroom. Data were collected through discussions with the members of two groups: (1) the group of teachers and (2) the group of students. The set of activities adopted the hybrid model of flipped classroom teaching, so three in-person activities and three remote activities were developed, with the remote activities following the in-person ones. The in-person activities were investigative in nature, while the remote ones consisted of theoretical material on the content of linear functions and a questionnaire. As for the research results, it was possible to identify that the teachers liked the developed activities, but there is apprehension and a lack of mastery of the technologies, as well as a concern about time, both in terms of planning and the class time needed to execute the activities. The students, on the other hand, showed engagement in the investigative proposals and with the use of technologies, suggesting ideas for improving the activities

Keywords: Technologies in Education, Investigative Activities, Linear Function, Hybrid Teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema que ilustra as relações entre aluno, professor e a tecnologia, segundo COLL (2010)	16
Figura 2: Fases da atividade de investigação, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2016)...	20
Figura 3: Etapas do desenvolvimento da pesquisa	26
Figura 4: Organização das atividades presenciais e remotas	28
Figura 5: Menu do Google Site elaborado	28
Figura 6: Sequência base da estação 1	30
Figura 7: Sequência base da estação 2.....	30
Figura 8: Sequência base da estação4.....	30
Figura 9: Tela inicial da tarefa da estação 3 na plataforma <i>on-line</i> do GeoGebra	31
Figura 10: Imagem contida na tarefa da terceira atividade presencial.....	36

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: As competências específicas e habilidades do conteúdo de função afim..... 22

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

RS – Rio Grande do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 AS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO.....	15
2.1.1 A tecnologia e a educação matemática	17
2.2 PRÁTICAS INVESTIGATIVAS NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA	19
2.3 O PAPEL DA MATEMÁTICA.....	21
2.3.1 O ensino de função afim na perspectiva da BNCC.....	21
3 PROBLEMA DE PESQUISA E OBJETIVOS	24
3.1 PROBLEMA DE PESQUISA	24
3.2 OBJETIVOS	24
3.2.1 Objetivo geral.....	24
3.2.2 Objetivos específicos.....	24
4 METODOLOGIA DA PESQUISA	25
5 O CONJUNTO DAS ATIVIDADES.....	27
5.1 A PRIMEIRA ATIVIDADE PRESENCIAL E REMOTA	28
5.2 A SEGUNDA ATIVIDADE PRESENCIAL E REMOTA	29
5.3 A TERCEIRA ATIVIDADE PRESENCIAL E REMOTA.....	31
6 COLETA DE DADOS: OS GRUPOS FOCAIS	33
6.1 O GRUPO FOCAL: PROFESSORAS	33
6.2 O GRUPO FOCAL: ALUNOS	34
7 ANÁLISE DOS RESULTADOS	35
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	38
REFERÊNCIAS.....	40
APÊNDICES	43

1 INTRODUÇÃO

A facilidade e rapidez que temos hoje em dia em nos comunicar com outras pessoas, buscar informações e resolver problemas é uma das possibilidades advindas com a evolução da tecnologia, que emergiu nas mais diversas esferas da sociedade, tornando o mundo mais dinâmico, onde tudo acontece muito rápido. A tecnologia hoje muda nosso ritmo de vida e muitas vezes são recursos utilizados para facilitar o trabalho e por vezes são a própria ferramenta de trabalho. Ao olharmos sob a perspectiva das tecnologias na educação, temos um mar de possibilidades para integrá-las nos processos de ensino e aprendizagem, visto que as crianças e jovens estão imersos nesse mundo, mas que por vezes não exploram todas as suas potencialidades.

Portanto, a partir de práticas pedagógicas que integrem o uso de tecnologias no processo de aprendizagem é possível proporcionar ao aluno uma perspectiva de que a tecnologia também pode ser utilizada para que ele aprenda, pesquise e busque informações, e não apenas para fins recreativos, como ela é comumente utilizada.

No tocante às tecnologias e o ensino de matemática, a sua utilização tem o potencial de trazer um dinamismo para as aulas da disciplina, desmistificando o olhar rígido que os alunos têm acerca dela. Sendo assim, é possível integrar estes recursos à rotina dos estudantes, permitindo uma abordagem dos conceitos matemáticos de uma perspectiva inovadora (Basso e Notare, 2012).

Ainda, dentro das práticas de ensino e aprendizagem de matemática é preciso propor momentos em que os alunos se sintam desafiados, inserindo-os em um contexto investigativo de matemática, em que eles precisam observar, refletir, pensar, organizar ideias, contribuindo para que eles argumentem e construam os conceitos e conteúdos a partir de suas descobertas. A prática de investigar, segundo Ponte (2003), sugere uma atitude e uma vontade de perceber, interrogar e a oportunidade de perceber as coisas sob uma perspectiva diferente.

Frente a este cenário, destaca-se a necessidade de buscar estratégias e práticas de ensino de Matemática que mudem esta perspectiva, proporcionando aos alunos uma abordagem humana da disciplina e que possibilite uma aproximação deles com as tecnologias que estão tão presentes no nosso dia a dia, mudando a relação que os alunos têm com os recursos tecnológicos disponíveis e proporcionando uma aprendizagem significativa de matemática a partir deles.

Neste sentido, este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de criação de um conjunto de atividades investigativas de função afim para o 1º ano do ensino médio, integrando as tecnologias e possibilitando a utilização de modelos híbridos de ensino na esfera

da Educação Pública Estadual do Litoral Norte do RS. O conjunto de atividades criado buscou integrar as tecnologias a partir do modelo híbrido de ensino de Sala de Aula Invertida, sendo desenvolvidas atividades presenciais e remotas para trabalhar o conteúdo em questão.

A motivação pessoal pelo tema da pesquisa surgiu durante a pandemia da COVID-19, quando participei do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) de forma remota. Nas práticas pedagógicas desenvolvidas no programa um dos principais objetivos foi adequar as atividades para o ensino remoto e buscar nas tecnologias disponíveis, e pertinentes ao contexto, os recursos necessários para tais adaptações.

Após o retorno das aulas presenciais pude observar, na escola em que trabalhava, a readaptação dos professores ao ensino presencial no contexto pós pandemia, notando que alguns docentes mantiveram o uso de recursos tecnológicos utilizados no ensino remoto. Deste modo, me interessei em pesquisar como integrar as tecnologias nas práticas pedagógicas.

Sendo assim, no capítulo 2 é apresentado o referencial teórico referente à temática da pesquisa, sendo discutido sobre a tecnologia na educação e no ensino de matemática, bem como as práticas investigativas no ambiente da disciplina, abordando também o papel da matemática e a função afim sob a perspectiva da Base Nacional Comum Curricular. No capítulo 3 são apresentados o problema de pesquisa e os objetivos geral e específicos. O capítulo 4 por sua vez apresenta a metodologia utilizada na pesquisa e as etapas de desenvolvimento desta. O capítulo 5 apresenta o processo de criação do conjunto das atividades. Os capítulos 6 e 7 apresentam, respectivamente, a coleta de dados a partir do grupo focal e a análise dos resultados, e por fim o capítulo 8 com as considerações finais da pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 AS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

As tecnologias hoje, mais do que nunca, estão inseridas na vida pessoal, profissional e acadêmica das pessoas, modificando a forma com que elas se relacionam e se comunicam, a busca e compartilhamento de informações, formas de organização social, mudanças na esfera política, econômica e cultural, ou seja, mudando, de forma geral, a maneira como as pessoas vivem. A familiaridade com a tecnologia é consequência do fácil acesso que temos a ela, uma vez que foi necessária a adesão e adaptação para que pudéssemos acompanhar a sociedade como um todo, não podendo manter os mesmos hábitos.

Atualmente, a maioria das crianças nascem e crescem inseridas em um ambiente com tecnologias, como uma televisão, *tablets*, computadores e aparelhos celulares, sendo este último o mais comum. As expressões “geração tecnológica” ou “geração Z” e “nativos digitais” são comuns ao nos referirmos a essas pessoas.

Estamos falando do que sociólogos e publicitários classificam como nativos digitais, ou geração Z: pessoas nascidas a partir da segunda metade da década de 1990. Esses indivíduos, segundo alguns especialistas, seriam totalmente familiarizados com as últimas tecnologias digitais e não encontrariam dificuldade alguma em aprender a lidar com as novidades que aparecem praticamente todos os dias nesse mercado, diferentemente dos membros das gerações que os antecedem (Kämpf, 2011, p. 01).

Contudo, apesar da imersão das crianças e adolescentes nas tecnologias, é necessário refletir sobre quais os conhecimentos que estes possuem a respeito da tecnologia, como utilizá-la de forma construtiva para seu desenvolvimento, com o que e como ela pode contribuir de forma positiva, assim como todo e qualquer recurso, sendo preciso saber utilizá-lo da melhor forma, explorando suas potencialidades. Portanto, para que as potencialidades das tecnologias sejam concebidas como algo a mais do que um simples celular usado para fins recreativos, e sim como oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo e de habilidades, é preciso que desde cedo, sejam proporcionados momentos que promovam a utilização das tecnologias para o aprender, sendo a escola o ambiente ideal para que isso ocorra. Coll e Monereo (2010, p. 39) apontam que “a educação escolar deve servir para dar sentido ao mundo que rodeia os alunos, para ensiná-los a interagir com ele e a resolverem os problemas que lhes são apresentados”.

A partir da implementação da tecnologia nas escolas e nos processos de ensino e aprendizagem é possível promover uma educação próxima da realidade dos alunos, explorando suas potencialidades e incorporando um conhecimento crítico a eles. Assim como toda e qualquer metodologia e/ou recurso didático, é necessário planejar como utilizá-la em sala de

aula, relacionando com os objetivos a serem alcançados, os conteúdos a serem desenvolvidos e também sua pertinência no contexto específico, trazendo significado para a sua utilização, que de forma explícita ou implícita seja possível compreender o porquê de estar utilizando a tecnologia.

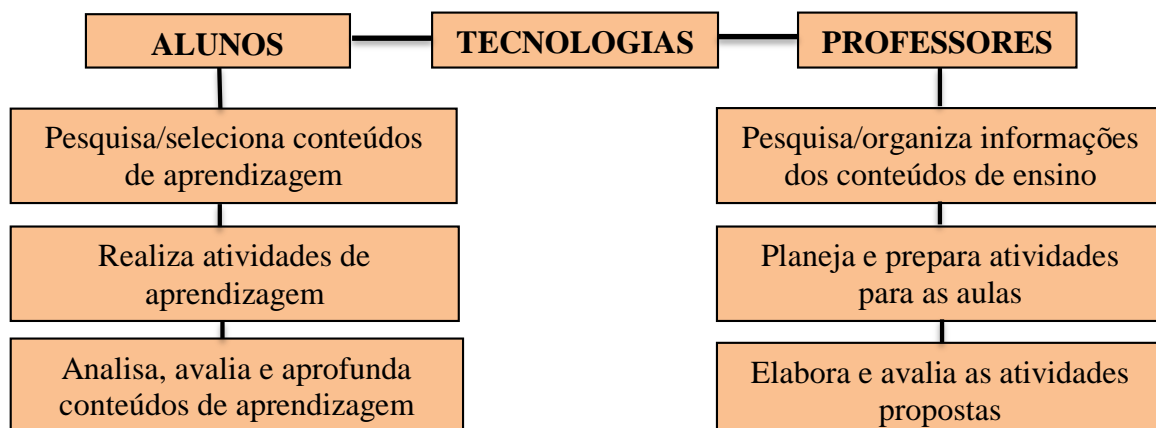
O objetivo de se usar uma ferramenta não pode ser o uso per se. É necessário que os docentes, ao propor a utilização de algum desses recursos, pensem nos benefícios e nos requisitos que essa ferramenta atenderá, quais facilidades ela trará, se irá gerar dados (e, em caso afirmativo, de quais tipos) e em que pontos ela deixará a desejar. É preciso conhecer os recursos previamente para fazer essa análise (Sunaga e Carvalho, 2015, p. 220).

Ideia essa também trazida por Basso e Notare

É importante, no momento de pensar em atividades com o uso de tecnologias para a sala de aula, ter claro os objetivos que queremos alcançar e escolher a tecnologia de modo a atendê-los, ao invés de simplesmente utilizar a tecnologia para tornar a aula mais atraente, mas de forma tangente e superficial, ou até mesmo prejudicial (Basso e Notare, 2015, p. 04)

Ao adotar a tecnologia nas práticas pedagógicas, além da necessidade de adaptação dos materiais, os docentes perceberão também a mudança referente às relações existentes na sala de aula, seja na relação professor-aluno, alunos entre si e professores e alunos com a tecnologia, Lilian afirma que “as tecnologias digitais modificam o ambiente no qual estão inseridas, transformando e criando novas relações entre os envolvidos no processo de aprendizagem: professor, estudantes e conteúdos” (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015, p. 71). Os autores (*op. cit.*) trazem ainda aspectos dessas relações específicas, sendo a primeira a relação professor-tecnologia, em que este planeja a utilização de recursos tecnológicos com objetivos específicos para proporcionar que o aluno construa seu conhecimento. A segunda relação de aluno-tecnologia, onde ele explora a tecnologia e interage com ela, refletindo e agindo sobre ela. A última relação professor-aluno-tecnologia reflete o professor ao papel de orientador do processo de aprendizagem e o aluno como personagem ativo da própria aprendizagem.

Figura 1: esquema que ilustra as relações entre aluno, professor e a tecnologia, segundo Coll (2010).



Fonte: a autora.

As mudanças emergentes da utilização das tecnologias na educação refletem em novas metodologias de ensino, sendo um processo em que todos os indivíduos, professores e alunos, perpassam e, por consequência, ampliam suas perspectivas sobre o ato de ensinar e o ato de aprender.

Quando falamos sobre as metodologias de ensino a partir do uso de tecnologias, podemos pensar em dois contextos: o contexto em que a tecnologia é utilizada como recurso didático, para facilitar a exposição de materiais/conteúdos, otimizar o planejamento e execução de aulas, como por exemplo, um projetor para apresentar um desenho ou uma imagem, uma calculadora para realizar um cálculo rápido, um computador com o *Microsoft Word* para digitar um texto, entre outros. O segundo contexto está inserido em um cenário em que a tecnologia está ancorada em uma metodologia de ensino, de forma a utilizá-la para desencadear no aluno o desenvolvimento cognitivo referente à aprendizagem. Em ambos os contextos, o aluno acaba se aproximando das tecnologias e tendo novas experiências com elas, mudando suas percepções e (re) aprendendo a usá-la a seu favor.

2.1.1 A tecnologia e a educação matemática

A disciplina de matemática é culturalmente uma das mais temidas pelos estudantes, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, recebendo críticas sobre o modo como é ensinada nestas etapas da educação básica. Notare e Basso afirmam que

Um dos principais fatores responsáveis por este cenário é que a Matemática ainda é apresentada aos alunos de forma polida, por meio de formalismos organizados em uma sequência de teoremas, demonstrações e aplicações. Dessa forma, omite-se dos alunos o verdadeiro processo de construção dos conceitos envolvidos (2012, p. 01).

Para transformar este cenário, é possível adotar metodologias de ensino de matemática que mudem a perspectiva do aluno sobre a sala de aula, tornando-a um ambiente propício para aprendizagem, em que o conhecimento é construído a partir de atividades que engajem a turma a aprender matemática.

Atualmente existe uma infinidade de recursos que podem ser utilizados para o ensino de matemática, principalmente quando se fala em tecnologias, visto que a ampla gama de recursos tecnológicos disponíveis oferece a oportunidade de avançar na discussão sobre a integração da escola na cultura virtual (Gravina e Basso, 2012). Neste sentido, os *softwares* educacionais de matemática possuem cada vez mais ferramentas que auxiliam na construção de conceitos matemáticos e na compreensão de conteúdos que, por vezes, são abstratos para os alunos. Gravina e Basso (2012, p. 02) afirmam que “os softwares disponíveis hoje em dia podem proporcionar um valioso trabalho de construção do conhecimento matemático, desde

que as atividades sejam elaboradas com o objetivo de engajar os alunos em um processo de superação de desafios [...]”.

O recorte temporal vivido recentemente com a pandemia causada pelo Coronavírus (COVID-19) desencadeou um processo, de certa forma obrigatório, de adoção das tecnologias na educação, com o objetivo de dar suporte às atividades pedagógicas que se encontravam em um cenário totalmente remoto de ensino. Neste contexto, a sala de aula já não era mais o ambiente de aprendizagem dos alunos, que, assim como os professores, precisaram adaptar suas rotinas de estudo, utilizando as tecnologias para receber os materiais. Assim, podemos enxergar que as tecnologias passaram a ter um novo papel no ensino, tanto como uma possibilidade de conhecer e explorar novos recursos digitais quanto como um ambiente interativo de aprendizagem.

Por consequência, com os alunos já apropriados destes recursos, as tecnologias sendo um incentivo para o ensino de matemática e com a ascensão do significado da tecnologia na educação, tais circunstâncias abriram um espaço fértil para que se tenha continuidade de práticas pedagógicas que envolvam as tecnologias na educação e conseqüentemente serem agentes transformadores no ensino de matemática.

Neste sentido, a partir da inserção tecnológica nas práticas de ensino de matemática, é possível engajar os alunos a pesquisar e aprender matemática, Bona, Lucchesi e Fioreze (2021, p. 176) falam sobre “[...] o quanto mobilizar os estudantes com atividades inovadoras desperta a curiosidade de aprender”. Esse engajamento pode acontecer tanto no ambiente usual da sala de aula física, quanto em ambientes virtuais de aprendizagem como blogs, sites, *Google Classroom* e com a utilização de softwares de matemática, como o *GeoGebra*, *WinPlot*, *Graphmatica*, *Poly*, entre outros.

Hoje, com os recursos tecnológicos interativos e dinâmicos, temos um ganho de compreensão, proporcionado pelas representações agora acessíveis por meio desses ambientes. Os recursos tecnológicos e a possibilidade de representação e manipulação de objetos matemáticos abrem novas possibilidades para o pensamento matemático (Basso e Notare, 2015, p. 03).

Essa perspectiva contribui para que os alunos repensem o processo educacional como um todo e no que se refere ao ensino de matemática, no sentido de estabelecer uma conexão entre o contexto educacional e todas as experiências e habilidades que o estudante adquire e desenvolve fora da sala de aula. Assim como contribui para que os alunos percebam a matemática fora dos muros da escola e que ela não se limita apenas à sala de aula, não sendo o único lugar em que se aprende matemática, mas sim que vivemos a matemática o tempo todo.

2.2 PRÁTICAS INVESTIGATIVAS NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

As pesquisas em educação matemática buscam cada vez mais explorar metodologias, recursos e práticas de sala de aula que possibilitem trabalhar a disciplina de forma mais dinâmica e que transformem a perspectiva rígida que se tem acerca dos conteúdos matemáticos. Uma das formas de mudar essa realidade é a partir de aulas que tragam a essência da matemática, colocando os alunos em posições ativas de aprendizagem e inserindo-os em cenários investigativos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), abordam as atividades escolares de natureza investigativa como uma poderosa forma de construir conhecimento, e para isso é necessário o envolvimento do aluno na aula de matemática, instigando-o a refletir sobre os conteúdos, recapitular seus conhecimentos já desenvolvidos e construir novos conceitos. Os autores ainda destacam que

O aluno aprende quando mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016, p. 23).

Apesar do termo “investigação” estar costumeiramente ligado à grandes cientistas e matemáticos, dificultando a inserção desta prática em ambientes escolares, é possível propor atividades em que o estudante assuma uma postura de investigador, desenvolvendo sua capacidade de buscar padrões, formular hipóteses e testá-las. Carlos Braumann reforça a importância da investigação matemática no ambiente escolar ao mencionar que

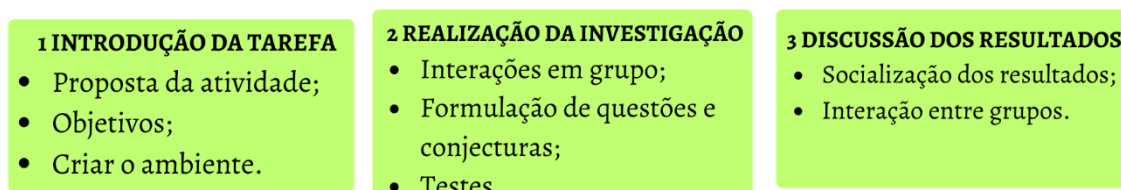
Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (Braumann, 2002, p. 5).

Neste sentido, as atividades investigativas de matemática constituem-se como parte integrantes de práticas pedagógicas que desenvolvem nos alunos um olhar crítico ao que lhe é proposto, tomando decisões, formulando hipóteses e estratégias. Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 23), evidenciam que, em uma aula com atividades investigativas “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor”.

Uma tarefa/atividade investigativa pode ser organizada, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), em três fases: a introdução da tarefa, a realização da investigação e a discussão dos resultados.

Figura 2: fases da atividade de investigação, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2016).

FASES DA ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO



Fonte: a autora.

A primeira fase consiste na proposta da atividade à turma, em que o professor explicita o sentido da tarefa e os objetivos, deixando claro o significado de investigar. Na segunda fase os alunos estarão imersos na investigação, interagindo com seu grupo, formulando questões e conjecturas e testando suas hipóteses. A terceira fase, por sua vez, consiste na socialização dos resultados com a turma e o professor, ocorrendo interação entre os grupos.

Em todas as três fases da investigação, o professor, mesmo que em uma posição mais passiva, exerce um papel muito importante, uma vez que a proposta investigativa é planejada e mediada por ele. No cenário investigativo da sala de aula de matemática, é necessário garantir um ambiente favorável para que os estudantes possam explorar e investigar, desafiando a turma e incentivando-os durante o processo. Martins *et al* destacam que

O professor desempenha um papel central no desenvolvimento deste tipo de tarefas. Deve conseguir criar um ambiente, extremamente rico em materiais que possam ser explorados, em que os alunos sintam que os conceitos podem e devem ser entendidos e possam descobrir e demonstrar verdades matemáticas gerais usando exemplos específicos (Martins *et al*, 2002, p. 64).

Ainda, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) mencionam a importância de uma postura docente questionadora, assegurando a valorização das ideias dos alunos e dessa forma, levando-os a compreenderem o real papel do professor, que é apoiar e orientar o processo investigativo, sem a constante validação.

Sendo assim, as práticas investigativas no ambiente da sala de aula de matemática acabam por desmistificar, mesmo que aos poucos, a rigidez da disciplina, uma vez que o estudante é colocado como peça fundamental de sua aprendizagem, onde ele pode aprender e fazer matemática, construindo conceitos e explorando sob diversas perspectivas a tarefa investigativa proposta, ressignificando a aprendizagem matemática.

2.3 O PAPEL DA MATEMÁTICA

A sociedade atual exige constantemente a adaptação dos indivíduos para a convivência perante as mudanças sociais. O advento da tecnologia, e conseqüentemente das novas formas de comunicação e dos processos funcionais cotidianos, exige pessoas capazes de lidar com problemas com versatilidade e criatividade, com habilidades de trabalho em grupo e de tomada de decisões (Brasil, 1998).

Sob este contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) abordam o papel da escola como responsável por promover o espaço de desenvolvimento de tais competências, colocando o aluno em situações desafiadoras, desenvolvendo sua responsabilidade, criticidade e reconhecendo seus direitos e deveres, afirmando que “[...] não cabe ao ensino fundamental preparar mão-de-obra especializada, nem se render, a todo instante, às oscilações do mercado de trabalho. Mas, é papel da escola desenvolver uma educação que não dissocie escola e sociedade, conhecimento e trabalho” (Brasil, 1998, p. 27).

Neste sentido, pelos PCNs a matemática é considerada como contribuinte ao processo de formação dos indivíduos ao destacar que:

[..] a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (Brasil, 1998, p. 27).

Ou seja, a partir do desenvolvimento do raciocínio lógico, habilidades de tomada de decisões, argumentação, formulação de hipóteses e resolução de problemas inseridas no contexto da sala de aula de matemática, é possível promover um ambiente escolar para “[...] criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente” (Brasil, 1998, p. 28).

2.3.1 O ensino de função afim na perspectiva da BNCC

O conteúdo de função afim, ou função polinomial do 1º grau, insere-se no componente curricular de matemática, geralmente, no início do 1º ano do Ensino Médio. A linearidade dos conteúdos sugerida nos livros didáticos de matemática (Bonjorno; Júnior; Sousa, 2020; Dante, 2016) insere a função afim após a construção do conhecimento de conjuntos numéricos e definição de função, sendo abordados os tópicos de operações de conjuntos, domínio, contradomínio e imagem e estudo de gráficos de funções.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aborda as competências específicas a serem desenvolvidas pelos estudantes no decorrer do Ensino Médio, e com elas as habilidades

a serem alcançadas. Tangente ao ensino de função afim, estão delineadas no quadro 1 as competências específicas e habilidades a serem desenvolvidas referentes ao conteúdo.

Quadro 1: as competências específicas e habilidades do conteúdo de função afim.

<u>UNIDADE: FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU</u>	
COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
3 Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.
4 Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.	(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
5 Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	<p>(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.</p> <p>(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p>

Fonte: Brasil (2018).

A competência específica 3 engloba o desenvolvimento das habilidades de interpretação e resolução de problemas, formulação de hipóteses e conjecturas, envolvendo situações do cotidiano em que o estudante está inserido, relacionando-as com o conteúdo de função de 1º grau, identificando os conceitos envolvidos e construindo modelos. Ainda, o documento destaca que

[...] o uso de tecnologias possibilita aos estudantes aprofundar sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas. São alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações (Brasil, 2018, p. 528).

A competência específica 4 destaca a pluralidade de representações matemáticas de um problema ou situação, seja geométrica, algébrica, estatística, computacional, etc. A representação de um problema apresenta características distintas que permitem explorar suas singularidades, portanto, quando o aluno desenvolve a habilidade de representar um problema de função afim algebricamente ou geometricamente, acaba por perceber características específicas de cada tipo de função, analisando seu comportamento gráfico perante sua forma algébrica e vice-versa. Perante estes problemas, “[...] os estudantes precisam estar preparados para escolher as representações mais convenientes para cada situação, para mobilizar, de modo simultâneo, ao menos dois registros de representação e para, a todo o momento, trocar de registro de representação” (Brasil, 2018, p. 530).

A competência específica 5 por sua vez trata de habilidades que envolvem o processo de investigação, em que os alunos estão inseridos em propostas que estimulem a formulação de questões, explicações e hipóteses. Neste contexto, “as habilidades vinculadas a essa competência assumem um importante papel na formação matemática dos estudantes que, mediante investigações, devem formular conjecturas, refutá-las ou validá-las e comunicar com precisão suas conclusões” (Brasil, 2018, p. 532). O documento ainda aborda a importância desta competência no sentido de humanizar a atividade matemática, visto que o sujeito que a realiza está suscetível a cometer erros, que faz parte do processo de descoberta e exploração.

3 PROBLEMA DE PESQUISA E OBJETIVOS

3.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Acerca do que foi exposto até então, formula-se a seguinte pergunta a ser respondida: como criar um conjunto de atividades investigativas de função afim que integrem as tecnologias no processo de ensino e aprendizagem e que possibilitem a utilização de modelos híbridos de ensino?

3.2 OBJETIVOS

3.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral desta pesquisa é criar um conjunto de atividades investigativas de função afim para o 1º ano do ensino médio, integrando as tecnologias e possibilitando a utilização de modelos híbridos de ensino na esfera da Educação Pública Estadual do Litoral Norte do RS.

3.2.2 Objetivos específicos

- Construir, a partir da literatura, um referencial teórico sobre as tecnologias na educação e no ensino de matemática, as atividades investigativas na sala de aula de matemática e sobre o ensino de função afim;
- Criar um conjunto de atividades investigativas, presenciais e remotas, para o ensino de função afim;
- Avaliar o potencial da integração das tecnologias a partir das atividades criadas no contexto da sala de aula invertida;
- Investigar as considerações de professoras de matemática e de alunos acerca do conjunto de atividades investigativas para a sala de aula invertida.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi utilizada a abordagem qualitativa, uma vez que objetiva-se compreender criteriosamente o tema da investigação, sem generalizar os dados. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possui cinco características:

- Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- A investigação qualitativa é descritiva;
- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Sob o ponto de vista dos objetivos da pesquisa, esta será exploratória, buscando conhecer melhor a utilização de recursos tecnológicos na educação e nas práticas pedagógicas da sala de aula de matemática, buscando integrá-los em um conjunto de atividades investigativas de função afim para uma turma de 1º ano do Ensino Médio.

Pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato. Este tipo de pesquisa é realizado especialmente quando o tema escolhido é pouco explorado e torna-se difícil sobre ele formular hipóteses precisas e operacionalizáveis (Gil, 2008, p. 27).

Ainda assim, a pesquisa se desenvolveu a partir da metodologia de grupo focal, que segundo Magalhães Júnior e Batista (2023, p. 201) “[...] é um procedimento de investigação que se aproxima da entrevista coletiva. Tende a determinar um foco de investigação e abordar o levantamento de informações em um determinado grupo”.

Em pesquisas no âmbito educacional, a metodologia de grupo focal se caracteriza como uma técnica fértil de coleta de dados, uma vez que o pesquisador obtém dados verbais, e que, segundo os autores (*op. cit.*), “[...] permite ao pesquisador analisar aspectos inerentes (i) ao comportamento dos indivíduos em grupo diante de questões instigadoras e (ii) aos conflitos cognitivos, resultado da amplitude e variações de opiniões que divergem e emergem em grupo”.

Ainda, segundo Gatti

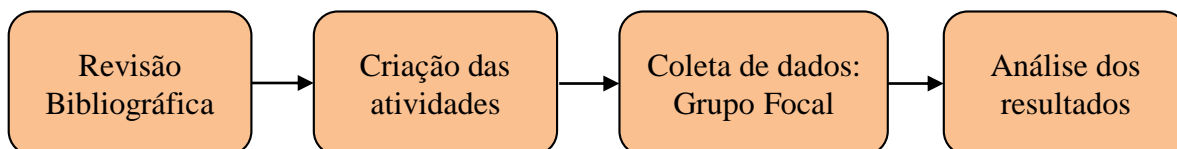
O grupo focal permite fazer emergir uma multiplicidade de pontos de vista e processos emocionais, pelo próprio contexto de interação criado, permitindo a captação de significados que, com outros meios, poderiam ser difíceis de se manifestar (Gatti, 2005, p. 09).

Quanto à etapa de análise dos dados, a partir da técnica de investigação escolhida de grupo focal, é necessário que a partir da obtenção dos dados da pesquisa sejam retomados os objetivos pretendidos junto ao assunto que orientou as discussões realizadas pelo grupo. Diante

disso, deve-se estruturar o relatório contendo as considerações e análises que incluam as exposições, considerações feitas pelos integrantes do grupo e também as conclusões e observações e sugestões do pesquisador agente mediador do processo (Dias, 2000).

Neste sentido, o desenvolvimento desta pesquisa seguiu as seguintes etapas:

Figura 3: etapas do desenvolvimento da pesquisa.



FONTE: a autora.

Durante a primeira etapa foi realizada uma revisão bibliográfica, a fim de compreender melhor o uso das tecnologias na educação e no ensino de matemática, bem como as atividades investigativas de matemática no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Gil (2012), a pesquisa bibliográfica destina-se à organização do conhecimento científico a partir de produções anteriores.

A segunda etapa da pesquisa se desenvolveu a partir da criação das atividades investigativas para trabalhar o conteúdo de função afim. Com o objetivo de integrar as tecnologias no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo em questão, foi adotado o modelo híbrido de ensino de sala de aula invertida, portanto foram elaboradas três atividades para encontros presenciais e três atividades remotas. Os planos de aula das atividades estão presentes nos apêndices.

A terceira etapa da pesquisa consistiu na coleta de dados pela metodologia de grupo focal, dividindo-se em dois grupos. O primeiro foi composto por oito professoras da disciplina de matemática da rede pública de educação, atuando tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. Neste primeiro grupo, o conjunto de atividades foi encaminhado às professoras, para que pudessem visualizar o material antes do encontro presencial. Já o segundo grupo foi composto por 19 alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio, uma vez que, nestes anos, já haviam visto o conteúdo de função afim. Neste segundo grupo, foram apresentadas as atividades aos alunos que, posteriormente, as desenvolveram. Por fim, foi realizada a análise dos resultados a partir dos grupos focais, com o objetivo de investigar as considerações das professoras e dos alunos.

5 O CONJUNTO DAS ATIVIDADES

Com o objetivo de integrar as tecnologias no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de função afim, foi adotado o modelo híbrido de ensino de sala de aula invertida. Para a inserção das tecnologias nas práticas pedagógicas não basta utilizá-las de forma descontextualizada e sem estabelecer os objetivos a serem atingidos a partir de seu uso. No momento em que se fez pertinente tal implementação dentro do ambiente escolar, foi necessário refletir sobre as modificações que ocorreriam em todas as fases do processo de ensino e aprendizagem, desde o planejamento até a execução. Bacich, Tanzi Neto e Trevisani mencionam que

As modificações possibilitadas pelas tecnologias digitais requerem novas metodologias de ensino, as quais necessitam de novos suportes pedagógicos, transformando o papel do professor e dos estudantes e ressignificando o conceito de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o ensino on-line permite tal personalização, uma vez que pode ajudar a preencher lacunas no processo de aprendizagem (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015, p. 51).

O ensino *on-line* mencionado pelos autores é trazido como uma alternativa para a educação, pois permite que o processo de ensino e aprendizagem possa emergir em diferentes espaços. Portanto, o ensino híbrido, caracterizado pela convergência entre o modelo de ensino presencial e o *on-line*, tem o potencial de oferecer o suporte necessário ao professor e aos alunos na integração das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que tais modelos se complementam ao longo da construção do conhecimento, gerando trocas e trazendo experiências únicas para a sala de aula.

É possível, portanto, encontrar diferentes definições para ensino híbrido na literatura. Todas elas apresentam, de forma geral, a convergência de dois modelos de aprendizagem: o modelo presencial, em que o processo ocorre em sala de aula, como vem sendo realizado há tempos, e o modelo *on-line*, que utiliza as tecnologias digitais para promover o ensino (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015, p. 52).

Dentre as propostas de ensino híbrido, no modelo de sala de aula invertida, segundo os autores (*op. cit.*)

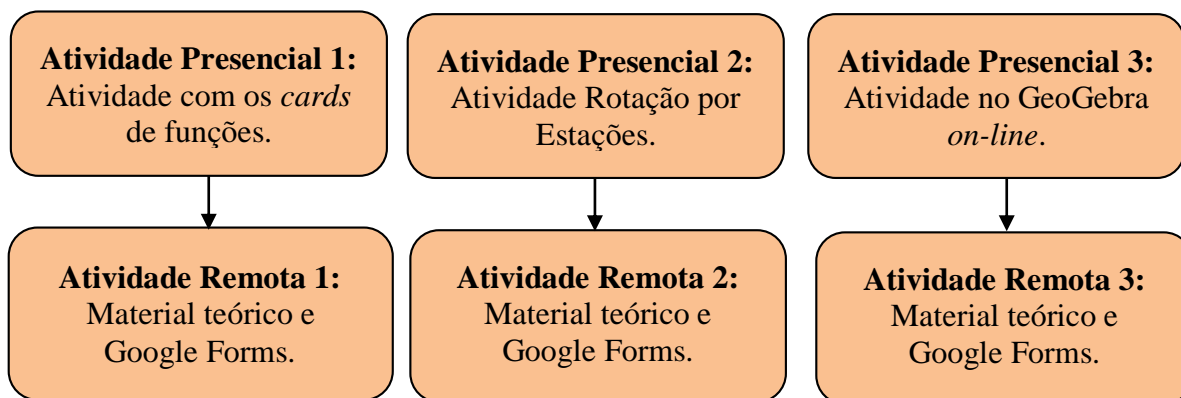
[...] a teoria é estudada em casa, no formato on-line, e o espaço da sala de aula é utilizado para discussões, resolução de atividades, entre outras propostas. O que era feito em classe (explicação do conteúdo) agora é feito em casa, e o que era feito em casa (aplicação, atividades sobre o conteúdo) agora é feito em sala de aula (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015, p. 56).

Ainda, uma das atividades presenciais elaboradas adotou o modelo híbrido de ensino de Rotação por Estações, que segundo Christensen, Horn e Staker (2013, p. 27) “é aquele no qual os alunos revezam dentro do ambiente de uma sala de aula”, ou seja, a sala de aula é organizada em estações e os grupos de alunos, cada um em uma estação, realizam tarefas distintas. Após

um tempo estipulado pelo professor e comunicado aos grupos, os alunos trocam de estações e realizam outra tarefa, até passarem por todas as estações.

Portanto, o conjunto de atividades abordou três atividades presenciais e três remotas, que uma a uma sucediam as presenciais, totalizando seis atividades.

Figura 4: organização das atividades presenciais e remotas.



Fonte: a autora.

As atividades presenciais foram elaboradas objetivando a organização dos alunos em grupos, visando o trabalho colaborativo e uma postura ativa dos estudantes. As atividades remotas, que sucediam as presenciais, consistem em um material teórico de leitura fácil e dinâmica, para que os alunos possam ler em casa e terem poucas dúvidas. A teoria do conteúdo é apresentada de forma leve e objetiva, retomando alguns tópicos vistos nas atividades presenciais e contendo algumas situações-problema para que os alunos consigam relacionar o conteúdo em algum contexto. Ainda, como parte integrante da atividade remota, foi elaborado um questionário no Google Forms e todos estes materiais foram disponibilizados em um Google Site. O site exibe um layout simples, contendo um menu para organizar as atividades, conforme a figura 5.

Figura 5: menu do Google Site elaborado.



Fonte: a autora.

Para a elaboração dos materiais teóricos de leitura foi utilizado livro didático “Conjuntos e Funções” da coleção Prisma de Bonjorno (2020).

5.1 A PRIMEIRA ATIVIDADE PRESENCIAL E REMOTA

A primeira atividade presencial do conteúdo de função afim foi elaborada com o objetivo de explorar os diferentes tipos de gráficos de funções e identificar os tipos de função afim - polinomial do 1º grau, identidade, linear e constante.

Essa atividade foi pensada para ser feita no ambiente da sala de aula e, com os alunos organizados em grupos, a proposta é que cada grupo receba um kit de *cards* de diversas funções (quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica, etc.) e que inicialmente façam uma categorização dos gráficos de acordo com a percepção do grupo. Após a caracterização inicial, a proposta é que os grupos separem os *cards* que são de função afim e observem os gráficos, estabelecendo relações entre eles e a lei de formação, inseridos em um processo de investigação para que reconheçam os tipos de função afim. Para Segurado e Ponte (1998, p. 01), este tipo de atividade acaba “[...] levando-os (os alunos) a aprender processos como generalizar, considerar casos particulares, simbolizar, comunicar, analisar, explorar, conjecturar e provar”.

A definição de função afim adotada para a elaboração das atividades foi a de Bonjorno (2020, p. 83) “uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com a e b reais, é chamada de função afim”. Assim como as definições sobre os tipos de função afim, que segundo Bonjorno (2020, p. 84, 85, 86):

- Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com a e b reais e $a \neq 0$, é chamada de função polinomial do 1º grau;
- A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ é chamada de função identidade;
- Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax$, com a real, é chamada de função linear;
- Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = b$, com b real, é chamada de função constante.

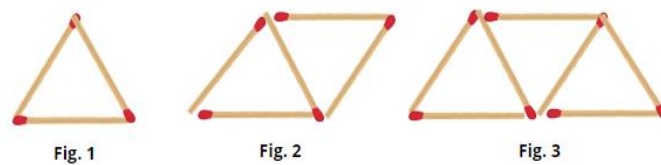
Como sequência, a atividade remota foi elaborada com o objetivo de formalizar os conteúdos desenvolvidos a partir da atividade presencial. Para isso, foi elaborado um material teórico de leitura contendo a definição, os tipos e a imagem da função afim, envolvendo situações-problema e a resolução comentada. Os objetivos a partir do material são formalizar o conceito de função afim, da lei de formação e da imagem e identificar os tipos de funções conforme a lei de formação. Ainda, como parte integrante da atividade remota, foi elaborado um questionário contendo 6 perguntas objetivas que envolvem o conteúdo do material teórico de leitura.

5.2 A SEGUNDA ATIVIDADE PRESENCIAL E REMOTA

A segunda atividade presencial, por sua vez, foi organizada no modelo de Rotação por Estações, portanto, foram elaboradas quatro tarefas para compor quatro estações dentro do ambiente da sala de aula. Os objetivos desta atividade foram identificar padrões nas figuras construídas, reconhecer as variáveis dependentes e independentes existentes nas situações problema e determinar a lei de formação de cada situação-problema.

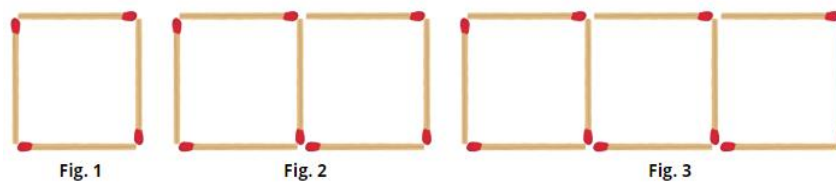
A tarefa da primeira, segunda e quarta estação consiste na observação das figuras e na determinação da lei de formação de situações envolvendo a construção de seqüências de figuras. O papel dos grupos em cada uma destas tarefas será a construção das seqüências com os materiais (palitos e bolinhas), a observação e determinação das leis de formação que relacionam as variáveis de cada situação. Neste tipo de atividade investigativa, espera-se que os alunos utilizem estratégias como “a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016, p. 29).

Figura 6: seqüência base da estação 1.



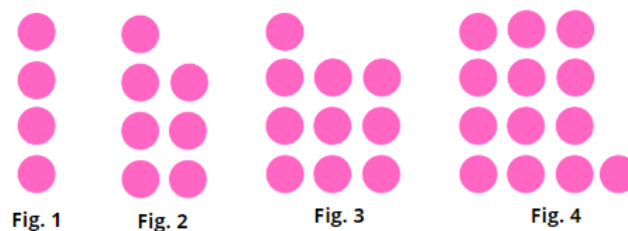
Fonte: a autora

Figura 7: seqüência base da estação 2.



Fonte: a autora.

Figura 8: seqüência base da estação 4.



Fonte: a autora.

A tarefa da terceira estação, por sua vez, foi organizada na plataforma *on-line* do GeoGebra (<https://www.geogebra.org/classroom/khhurpfc>) e contém uma situação problema e três questões, incluindo a manipulação no GeoGebra, inserindo as funções, sendo que a partir delas devem ser respondidas as perguntas. Notare e Basso, sobre a utilização do GeoGebra, mencionam que

[...] a tomada de consciência realiza-se a partir dos dados de observação relativos ao objeto [...]o GeoGebra permite o estabelecimento de uma relação entre os dados de observação e a ação do aluno e, nesse processo de idas e vindas, o aluno vai aumentando o grau de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no problema (2012, p. 06).

A disponibilização da atividade nesta plataforma permite o envio das respostas pelos alunos para que o professor possa ter acesso a elas posteriormente.

Figura 9: tela inicial da tarefa da estação 3 na plataforma *on-line* do GeoGebra.

GeoGebra Tarefa

Bem-vindo a Atividade Estação III

Acesse sua conta GeoGebra e continue seu trabalho a qualquer momento.

ENTRAR NO SISTEMA

OU

Nome

INÍCIO

Fonte: a autora.

No que se refere ao funcionamento da atividade, os grupos devem realizar todas elas, ou seja, passar por todas as estações, seguindo um revezamento entre os grupos.

A segunda atividade remota foi constituída por um material teórico para leitura com os objetivos de explicar o gráfico da função afim, identificar a interseção da reta no eixo das ordenadas e abscissas e relacionar os coeficientes linear e angular com o gráfico das funções. Os tópicos contidos no material foram gráfico, crescimento e decrescimento e interseção com os eixos, contendo ainda alguns problemas com a resolução comentada. Para o questionário da segunda atividade remota foram elaboradas 5 perguntas objetivas sobre o conteúdo do material teórico de leitura.

5.3 A TERCEIRA ATIVIDADE PRESENCIAL E REMOTA

A terceira atividade presencial foi organizada para ser desenvolvida em um laboratório de informática utilizando o GeoGebra *on-line*, sendo uma adaptação da atividade presente no livro didático Prisma matemática: conjunto e funções (ensino médio). A proposta da atividade consiste em um roteiro de tarefas que envolvem a criação de gráficos no programa, identificando a variação dos parâmetros a e b da função e observando o comportamento do gráfico a partir desta variação.

Esta atividade foi pensada para ser realizada em duplas ou trios, devido a uma melhor manipulação do computador pelos alunos. Basso e Notare (2015, p. 02) mencionam que a partir desta prática é agregado “[...] o aspecto do próprio aprendiz poder manipular, controlar, observar, agir sobre o objeto digital, caracterizando uma situação ativa no processo de pensar na matemática envolvida”.

A terceira e última atividade remota manteve o padrão das anteriores, sendo que o material teórico foi elaborado com o objetivo de abordar os coeficientes da função afim e a sua relação com o gráfico. Ainda, para o questionário foram elaboradas 6 perguntas objetivas.

6 COLETA DE DADOS: OS GRUPOS FOCAIS

Neste tópico serão abordados os apontamentos realizados pelas 8 professoras de matemática que compuseram o grupo focal das professoras e também os apontamentos dos 19 alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio.

6.1 O GRUPO FOCAL: PROFESSORAS

Os apontamentos realizados pelas professoras foram baseados, principalmente, na experiência prática e na vivência de sala de aula de matemática que elas possuem. Sobre as atividades presenciais, as professoras gostaram das atividades e destacaram importante o caráter delas, alegando que neste tipo de prática a autonomia de fazer está na mão do aluno e que a mediação docente é necessária para o coletivo da turma e suficiente para os alunos que possuem dificuldades de aprendizagem e falta de pré-requisitos.

Outro aspecto destacado pelas professoras foi que a elaboração e o planejamento das atividades demandam tempo, o que acaba por se tornar um complicador nas rotinas de professora, devido à grande carga horária cumprida por elas. Outro fator influenciado pelo tempo, mencionado pelo grupo, foi que as atividades exigem que a mediação docente de não dar a resposta seja essencial, ou seja, trata-se de uma proposta que demanda tempo de sala de aula. Uma das professoras destacou que, particularmente, utilizaria a primeira e segunda atividade presencial nas suas aulas, mas considera que a terceira atividade presencial que envolve a interação dos estudantes com a tecnologia, além de lidar com a dificuldade dos estudantes com a tarefa, também lida com as dificuldades das tecnologias, o que para ela requer a presença de outro professor para auxiliar.

Sobre a primeira atividade presencial, que envolvia os *cards* de funções, uma das professoras mencionou que

Professora 1 - Esta foi a atividade que mais gostei, porque traz vida à sala de aula e possibilita protagonismo do aluno, item tão desejado por mim professora.

Sobre a segunda atividade presencial, com a proposta das tarefas na organização das estações, as professoras destacaram que

Professora 1 - A atividade das estações é muito proveitosa. Os alunos são colocados a sair do lugar, literalmente. A sala de aula fica em movimento. A sala de aula, em matemática geralmente, tem um formato padrão, alunos sentados em suas classes e professores em pé no quadro. As atividades das estações modificam este layout.

Professora 2 - Amei, de sequência vira função e função vira sequência.

Algumas professoras do grupo apontaram não compreender a utilização dos controles deslizantes do GeoGebra na terceira atividade presencial, questionando como fazer a atividade no papel. Outra pergunta que foi realizada durante as discussões foi sobre o que essa prática é melhor do que a tradicional.

Sobre as atividades remotas, as professoras do grupo destacaram que gostaram das atividades, elogiando a qualidade do material, sendo muito dinâmico para o aluno. Contudo, alegaram que, para a realidade da escola em que trabalham, é pouco exercício para os alunos fazerem em casa, pela lógica de fixar se o aluno realmente entendeu o conteúdo. Além disso, as professoras entendem que é necessário disponibilizar para o aluno um arquivo com a resolução detalhada e comentada dos exercícios, lembrando a vivência que tiveram no período de pandemia em que isso era necessário. Para as professoras, não basta apenas o retorno quantitativo para os alunos das questões.

6.2 O GRUPO FOCAL: ALUNOS

Os apontamentos realizados pelos alunos sobre as propostas referem-se às atividades presenciais. O grupo de alunos realizou as atividades e trouxeram vários questionamentos, como por exemplo, na atividade dos *cards* foi questionado sobre como saber todos os modelos de funções, para que servem e porque aprende-los? Ainda, para esta atividade, os alunos sugeriram trazer mais *cards* de funções.

Os alunos destacaram que gostaram bastante da segunda atividade presencial, alguns alegaram já terem feito uma atividade semelhante com outra professora, e que puderam observar a relação do conteúdo de função não apenas dentro deste conteúdo, mas sim expandindo para o conteúdo de sequências. Além disso, os alunos sugeriram trazer uma atividade semelhante utilizando o computador, para olharem o gráfico de uma função e a partir do gráfico determinarem a lei de formação.

Sobre a terceira atividade presencial, que envolve a construção de gráficos no GeoGebra, os alunos realizaram as construções, criando os controles deslizantes e manipulando-os, e ainda comentaram que não tinham se dado conta do comportamento do gráfico ao variar os coeficientes, mas sim memorizado o papel dos coeficientes.

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir da análise dos apontamentos realizados pelas professoras que compuseram o grupo focal, foi possível observar que o grupo trouxe as características pertinentes às atividades propostas, visto que são investigativas e ativas, que visam a proposta de que o aluno tenha um papel central no seu processo de aprendizagem. Além de compreenderem o propósito da atividade, as professoras também conseguiram observar que o papel do professor muda, deixando de ser expositor e passando a ser orientador/mediador no processo, aspecto que é destacado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 47) “[...] a interação que ele (professor) tem de estabelecer com o aluno é bem diferente da que ocorre em outros tipos de aula [...]”.

Ainda, foi possível observar que as professoras entendem que esta proposta, tanto da sala de aula invertida, quanto das atividades investigativas e com o uso de tecnologias, ajuda os alunos que têm dificuldades, pois o professor consegue observar, acompanhar e compreender o raciocínio dos alunos, pensando em estratégias para suas práticas de ensino.

Um dos grandes benefícios da inversão é o de que os alunos que têm dificuldade recebem mais ajuda. Circulamos pela sala de aula o tempo todo, ajudando os estudantes na compreensão de conceitos em relação aos quais se sentem bloqueados (Bergmann; Sams, 2021, p. 12).

O aspecto “tempo” foi bastante discutido pelo grupo, evidenciando ser uma preocupação para as professoras, as atividades investigativas e que envolvem o uso de tecnologias demandam um tempo maior de execução na sala de aula, uma vez que o aluno, em um papel ativo, estará totalmente imerso na atividade proposta, fazendo descobertas e construindo conceitos, porém é essencial destinar este tempo ao aluno, Bergmann e Sams (2021, p. 66) alertam, neste contexto, que “o tempo de aula é uma experiência de aprendizagem para o aluno, não um processo de transmissão e recepção de conhecimentos”.

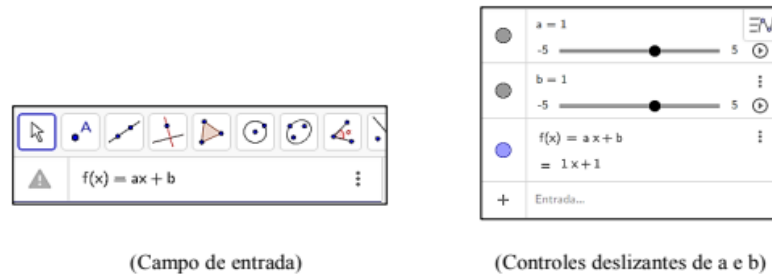
Ainda, referente ao tempo de planejamento, as propostas investigativas e com a integração das tecnologias exigem tempo. É necessário inicialmente determinar o conteúdo e os tópicos a serem abordados com a atividade, em seguida estabelecer os objetivos a serem alcançados para então determinar o melhor recurso a ser utilizado para que o aluno aprenda.

[...] aderir ao uso destes recursos constitui um desafio para o professor, pois exige dele mais cuidado com a preparação do seu plano, com uma definição clara do objetivo, além de um domínio das potencialidades do recurso a ser utilizado (Varriale *et al.*, 2012, p. 176).

A respeito da utilização das tecnologias nas práticas pedagógicas, foi observado um receio e também um despreparo de algumas professoras do grupo no que se refere à utilização e manipulação dos recursos didáticos tecnológicos, tanto que, em um momento da discussão, foi questionado por uma professora como realizar a atividade do GeoGebra no papel e outra

que não compreendeu como utilizar os controles deslizantes, para que serviam. O papel da tecnologia aliada aos processos de ensino e aprendizagem é justamente poder proporcionar aos alunos uma nova perspectiva e fazê-los enxergar e compreender conceitos que sem ela não seria possível, como é o caso desta atividade.

Figura 10: imagem contida na tarefa da terceira atividade presencial.



Fonte: a autora.

Neste sentido, o diferencial da tecnologia está no poder de visualizar, compreender e construir um conhecimento, como destacam Basso e Notare (2015, p. 04)

Alguns problemas são difíceis de serem abordados apenas com lápis e papel. Alguns problemas, por exemplo, exigem dos alunos a realização de experiências com objetos matemáticos, para possibilitar a observação de seus comportamentos diante da manipulação de seus elementos.

Ainda, considera-se muito positiva a sugestão apontada pelas professoras a respeito da quantidade de exercícios e da possibilidade de fornecer para o aluno uma resolução comentada e detalhada dos exercícios em um momento posterior, pois além do aluno receber um retorno quantitativo das questões acertadas, ele pode ter acesso à resolução dos exercícios, podendo verificar seus equívocos e também observando outras formas de resolver o mesmo problema. A quantidade de exercícios propostos para as atividades *on-line* pode variar de cada realidade, conteúdo, alunos e também o tempo disponibilizado para que eles façam a tarefa, sendo possível então que o professor adapte para sua realidade escolar.

Os apontamentos realizados pelos alunos, por sua vez, destacaram aspectos muito importantes a respeito da proposta das práticas investigativas e com o uso das tecnologias, sendo considerada positiva a sugestão de elaborar mais *cards* para a realização da primeira atividade presencial, trazendo outros gráficos de função afim para que os alunos possam explorar outras características. Os questionamentos realizados pelos alunos, como por exemplo como saber todos os tipos de função e para que servem, contribuíram para que se possa ter noção das ideias que surgem dentro de uma aula investigativa, no sentido de se refletir sobre o cenário de descobertas em que o professor estará inserido ao realizar tal prática.

Ainda, pode-se observar que os alunos têm vontade de utilizar as tecnologias para aprender, a partir da sugestão dos alunos em fazer a segunda atividade presencial utilizando a tecnologia, deduzindo a lei de formação de uma função afim a partir de seu gráfico.

A consideração realizada pelos alunos sobre a terceira atividade presencial (GeoGebra) contribuiu muito no sentido de compreender que muitas vezes os alunos apenas memorizam conceitos e conteúdos pois, por vezes, os conteúdos não são desenvolvidos de uma maneira construtiva para o aluno, e sim basicamente expositiva e mecânica. Por exemplo, com a utilização do GeoGebra para visualizar o papel dos coeficientes no gráfico, os alunos podem construir, manipular e visualizar instantaneamente a mudança do gráfico e construir esses conceitos a partir desses processos.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como norte responder à pergunta: como criar um conjunto de atividades investigativas de função afim que integrem as tecnologias no processo de ensino e aprendizagem e que possibilitem a utilização de modelos híbridos de ensino? Sendo assim, diante de toda a construção de pensamento realizada na pesquisa desde a parte teórica sobre a utilização das tecnologias na educação e no ensino de matemática, as aulas investigativas, a construção do conjunto de atividades e a análise dos apontamentos das docentes e estudantes, pode-se considerar que é possível construir um conjunto de atividades investigativas de função afim que integrem as tecnologias no modelo de sala de aula invertida.

Como apontado na pesquisa, compreende-se que o conjunto de atividades muda o papel do professor e dos alunos, fazendo com que este tenha uma postura ativa no processo, responsabilizando-se por sua aprendizagem, e com que o professor possa auxiliar os alunos com mais dificuldades, tendo em vista que estará presente para poder acompanhar e orientar os estudantes, que estarão imersos em um processo de descobertas. Ainda, constatou-se que essas atividades valorizam o tempo de aula, pois colocam o aluno em movimento em um tempo e espaço que lhe pertence.

Cabe ainda ressaltar que para a elaboração das atividades é necessário ter os objetivos já estabelecidos para que sejam usados os recursos/ métodos adequados, e que isso demanda tempo para a organização e planejamento, mas que uma vez organizado, é possível ter várias outras ideias e possibilidades para o mesmo planejamento, podendo fazer adaptações e as melhorias necessárias. Ainda sobre a inserção das tecnologias, pode-se destacar que elas se inserem como novas possibilidades, mas que também exigem um preparo dos docentes para integrá-las em sua prática, tanto na elaboração das atividades quanto para a execução delas com os estudantes, uma vez que a tecnologia está a serviço do método do professor, pois a concepção que o professor tem a respeito da tecnologia e de sua utilização é o que faz as atividades funcionarem.

Na perspectiva dos estudantes, também pode-se considerar que para um melhor aproveitamento das atividades seria possível elaborar mais materiais para que os alunos possam explorar mais aspectos durante a etapa de investigação, o que mostra que eles são engajados nos processos de novas descobertas e puderam propor novas possibilidades para as atividades. É possível evidenciar também o aspecto imprescindível de trabalhar com atividades investigativas e com o uso de tecnologias, pois, como os alunos mesmos relataram, eles entendiam os conteúdos através da memorização de conceitos, não sendo algo desejável nem

para o professor e muito menos para o aluno, visto que a matemática deve ser trabalhada de forma humana.

Como parte de todo e qualquer trabalho de pesquisa, é importante mencionar algumas fragilidades/dificuldades durante o processo, que no caso desta pesquisa se deram durante a criação das atividades que, por objetivarem um caráter diferente, dinâmico e investigativo, demandaram tempo para tomarem forma e atingirem os objetivos pré-estabelecidos. Ainda, a coleta e análise dos dados com o grupo de professoras também foi um ponto frágil, sendo que, por vezes, foi difícil compreender o entendimento que o grupo teve acerca das atividades e da proposta do conjunto de uma forma geral.

Pode-se destacar também sobre a abertura de planejamento para a acessibilidade que o conjunto das atividades propõe, uma vez que é possível utilizar as atividades para todos os alunos, não sendo uma proposta exclusiva. A partir da mesma lógica de construção do conjunto de atividades para função afim, é possível ser feito um desdobramento para os outros tipos de funções - quadráticas, logarítmicas, exponenciais, trigonométricas, etc. - para que possam ser desenvolvidos outros conteúdos sob a mesma perspectiva de um cenário escolar investigativo e integrado às tecnologias. É importante salientar que as atividades criadas não necessariamente precisam ser utilizadas a partir do modelo híbrido de sala de aula invertida, podendo o docente vir a decidir de que forma utilizá-las de modo a favorecer a aprendizagem de seus alunos.

Portanto, de acordo com as minhas considerações a respeito da pesquisa, foi muito importante pesquisar sobre essa temática e construir as atividades, uma vez que, assim como a proposta desenvolvida, foi um processo de descoberta e investigação para mim, que fui aprendendo a cada instante, e que irá contribuir nas minhas práticas de ensino como futura professora de matemática.

Como perspectiva futura de pesquisa com a mesma temática, sugere-se a criação de um conjunto de atividades de uma unidade inteira de matemática da BNCC, integrando tecnologias e propostas investigativas utilizando o modelo híbrido de ensino de Sala de Aula Invertida, podendo ainda combinar os modelos, como foi realizado nesta pesquisa, de forma a contribuir para o ensino e educação matemática, auxiliando os professores e professoras da disciplina com cada vez mais materiais.

REFERÊNCIAS

BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando M. **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

BASSO, M.; RODRIGUES NOTARE, M. **Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 5 jun. 2023.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2021.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução às teorias e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BONA, Aline Silva de; LUCCHESI, Ivana Lima; FIOREZI, Leandra Anversa. **A potencialização de estratégias de ensino durante o período de pandemia do coronavírus**. In: FIOREZE, Leandra Anversa; HALBERSTADT, Fabrício Fernando (Orgs.). **Aprendizagens e Vivências no Ensino de Matemática em tempos de pandemia**. Porto Alegre: Fi, 2021.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: conjunto e funções: ensino médio**. 1. ed, São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRAUMANN, Carlos. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática**. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. 70 Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 05-24.

CHRISTENSEN, C, HORN, M & STAKER, H. **Ensino Híbrido: uma Inovação Disruptiva?. Uma introdução à teoria dos híbridos**. Maio de 2013. Disponível em <http://porvir.org/wp-content/uploads/2014/08/PT_Is-K-12-blendedlearning-disruptive-Final.pdf>.

COLL, C.; MAURI, T.; ONRUBIA, J. **A incorporação das tecnologias de informação e comunicação na educação: do projeto técnico-pedagógico às práticas de uso**. In: COLL, C.; MONEREO, C. (Org.). **Psicologia da educação virtual: aprender e ensinar com as tecnologias da informação e comunicação**. Porto Alegre: Artmed, 2010. p. 66-96.

COLL, C.; MONEREO, C. **Educação e aprendizagem no século XXI: novas ferramentas, novos cenários, novas finalidades**. In: COLL, C.; MONEREO, C. (Org.). **Psicologia da educação virtual: aprender e ensinar com as tecnologias da informação e comunicação**. Porto Alegre: Artmed, 2010. p. 15-46.

DANTE, L. R. **Matemática contexto & aplicações**. 3. Ed. v.1. São Paulo: Ática, 2016.

DIAS, C. A. **GRUPO FOCAL: técnica de coleta de dados em pesquisas qualitativas**. Informação & Sociedade: Estudos, [S. l.], v. 10, n. 2, 2000. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/ojs/index.php/ies/article/view/330>. Acesso em: 19 jul. 2023.

GATTI, Bernadete A. **Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas**. Brasília: Liber Livro, 2005.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. Antonio Carlos Gil. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **Mídias Digitais na Educação Matemática**. In: GRAVINA, Maria Alice et al (Org.). Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

KAMPF, Cristiane. **A geração Z e o papel das tecnologias digitais na construção do pensamento**. ComCiência [online]. 2011, n.131, pp. 0-0. ISSN 1519-7654.

MAGALHÃES JÚNIOR, A.; BATISTA, M. C. **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências**. – 2. ed. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2023.

MARTINS, C.; MAIA, H.; MENINO, H.; ROCHA, I.; PIRES, M. V. **O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática**. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. 70 Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 59-82.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. de A. **Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 10, n. 3, 2012. DOI: 10.22456/1679-1916.36459. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/36459>. Acesso em: 17 jun. 2023.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 3ª ed., 2016.

PONTE, João Pedro da. **Investigar, ensinar e aprender**. Actas do ProfMat 2003. (CD-ROM, p. 25-39). Lisboa: APM.

SEGURADO, I., PONTE, J. P. **Concepções sobre a matemática e trabalho investigativo**. Quadrante, 1998, 7(2), 5-40.

SILVA, Giulia Gonçalves da.; SOUZA, Kelli Lessa de. **Atividades investigativas de função afim em um cenário híbrido: contribuições para o ensino de matemática**. Disponível em: <https://www.ufsm.br/cursos/pos-graduacao/santa-maria/ppgemef/eventos/viii-escola-de-inverno-de-educacao-matematica> (no prelo)

SUNAGA, Alexsandro; CARVALHO, Camila Sanches de. **As tecnologias digitais no ensino híbrido**. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (Orgs.). *Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015.

APÊNDICES

Apêndice A – Plano de aula da primeira atividade presencial e remota.

DURAÇÃO DA AULA	90 min (aula presencial) + 90 min (atividade remota)	DISCIPLINA	Matemática
Modelo Híbrido	Sala de Aula Invertida		
Objetivos da aula	<p>Aula Presencial:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer diferentes tipos de gráficos de funções; • Identificar tipos de função afim (constante, linear, identidade); <p>Atividade Remota 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formalizar o conceito de função de 1º grau; • Lei de formação da função de 1º grau; 		
Conteúdo (s)	Função de 1º Grau		
Recursos	Cards dos gráficos de funções, lista de tarefa impressa para os alunos.		
Organização dos espaços			
Espaços	Atividade		
Sala de Aula – Aula 1	<p><u>1º Momento:</u> no primeiro momento da aula será solicitado que os alunos se organizem em grupos de até 4 integrantes. Será comunicado a turma que nesta aula ocorrerá um trabalho em grupo para introduzir o conteúdo de função afim. Em seguida será entregue para cada grupo uma lista de tarefas e um kit de <i>cards</i> de gráficos de funções (Anexo 1 do plano).</p> <p><u>2º Momento:</u> em seguida, será discutido com a turma sobre a proposta, orientando-os que a atividade é em grupo e que na lista entregue a cada grupo constam as tarefas que deverão cumprir. Neste momento também será comunicado que o professor estará ali para mediar a atividade.</p> <p><u>3º Momento:</u> neste momento os alunos já iniciarão a atividade. É importante que o docente, neste momento, circule entre os grupos.</p> <p><u>4º Momento:</u> no quarto momento da aula, após todos os grupos terem finalizado a lista de tarefas, será proposto um momento de socialização dos resultados.</p> <p><u>5º Momento:</u> após a socialização dos resultados, será apresentado aos alunos o Google Site elaborado (link na referência) e será explicada a proposta, ou seja, será explicado que os alunos, em casa, deverão acessar o site, realizar a leitura do material teórico e responder ao questionário do Google Forms.</p>		
Em casa – Atividade Remota 1	Como “tarefa de casa”, os alunos terão acesso ao site contendo o material de leitura e o questionário (Anexo 2 do plano).		
Avaliação			
O que pode ser feito para observar se os objetivos da aula foram cumpridos?	Para verificar se os objetivos da aula foram cumpridos, o professor pode observar os alunos durante o desenvolvimento da atividade presencial, observar o engajamento da turma, assim como analisar a lista de tarefas, observando se as respostas escritas pelos alunos estavam coerentes. Ainda, também é possível analisar as respostas dos alunos no questionário, verificando se a turma compreendeu as questões e o conteúdo.		

Referências
LINK DO SITE: https://sites.google.com/aluno.osorio.ifrs.edu.br/turma-104/p%C3%A1gina-inicial?authuser=0
BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: conjunto e funções: ensino médio . 1. ed, São Paulo: Editora FTD, 2020.

ANEXO 1 DO PLANO 1

Atividade Presencial I**INTEGRANTES DO GRUPO:** _____**Conteúdo:** Tipos de Função Afim

Definição de função afim
Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com a, b (<i>coeficientes</i>) $\in \mathbb{R}$, é chamada de função afim.

LISTA DE TAREFAS:

- 1) A primeira tarefa da atividade consiste em o grupo observar o gráfico das funções presentes nos cards entregues ao grupo.

- 2) Em seguida, o grupo deverá categorizar os cards, ou seja, os gráficos, conforme um padrão determinado pelo próprio grupo. Resumindo: separe os gráficos em grupos conforme as características em comum. Após essa categorização, responda:
 - a) Por que o grupo categorizou os gráficos dessa forma?

 - b) O que havia em comum entre os gráficos que vocês agruparam?

- 3) Em seguida, após a primeira categorização, o grupo deverá selecionar os cards com as funções cujos gráficos são retas e observar cada um, bem como o comportamento do gráfico e a lei de formação.

- 4) Após a observação, o grupo deverá descrever algumas características que observaram sobre cada gráfico, levando em consideração a lei de formação, sentido da reta, etc.. Responda as questões abaixo:

a) Preencha a tabela abaixo:

$f(x) =$	$___x + ___$
$g(x) =$	$___x + ___$
$j(x) =$	$___x + ___$
$h(x) =$	$___x + ___$

Observando os gráficos e as leis de formação das funções e responda:

- Qual das funções tem o coeficiente a igual a zero e b sendo um número real? Você consegue encontrar nos cards outras funções desse tipo?

- Qual das funções tem o coeficiente b igual a zero e a diferente de 1? Você consegue encontrar nos cards outras funções desse tipo?

- Qual das funções tem o coeficiente b igual a zero e $a = 1$? Você consegue encontrar nos cards outras funções desse tipo?

b) Procure nos cards as funções: $f(x); h(x)$. Preencha a tabela:

$f(x) =$	$___x + ___$
$h(x) =$	$___x + ___$

Observando os gráficos e as leis de formação das funções, o que se pode notar de diferente entre as duas?

c) Procure nos cards as funções: $h(x); j(x)$. Preencha a tabela:

$h(x) =$	$___x + ___$
$j(x) =$	$___x + ___$

Observando os gráficos e as leis de formação das funções, o que se pode notar de diferente entre as duas?

d) Procure nos cards as funções: $h(x); g(x)$. Preencha a tabela:

$h(x) =$	$___x + ___$
$g(x) =$	$___x + ___$

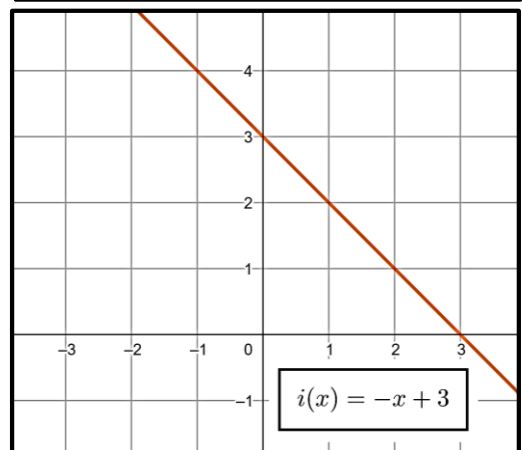
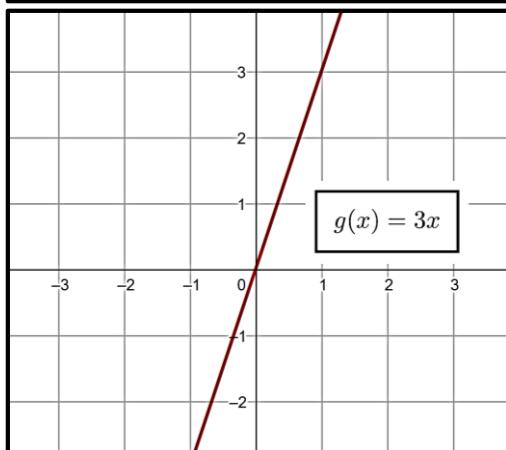
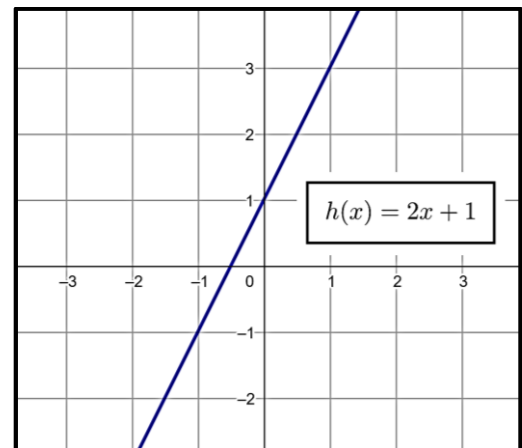
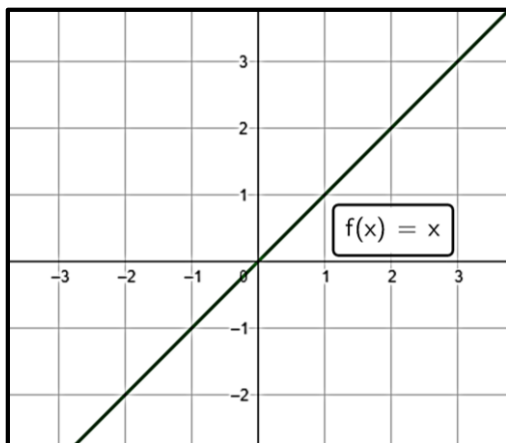
Observando os gráficos e as leis de formação das funções, o que se pode notar de diferente entre as duas?

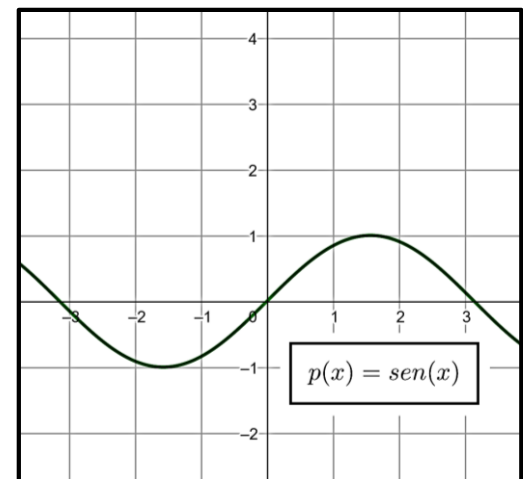
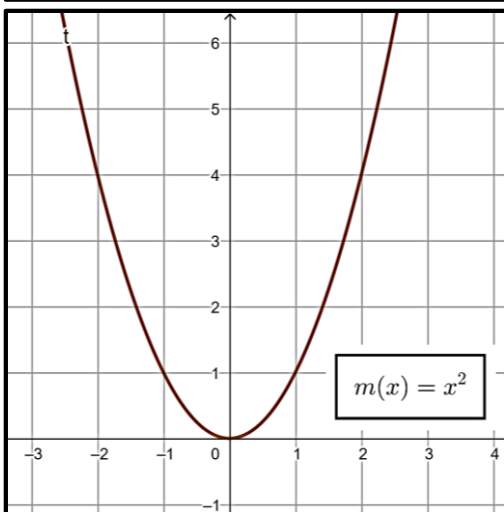
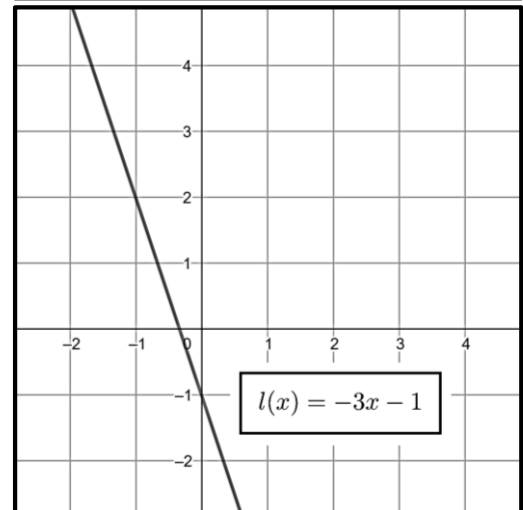
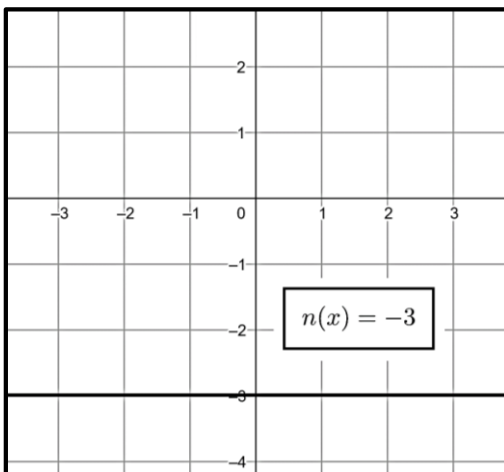
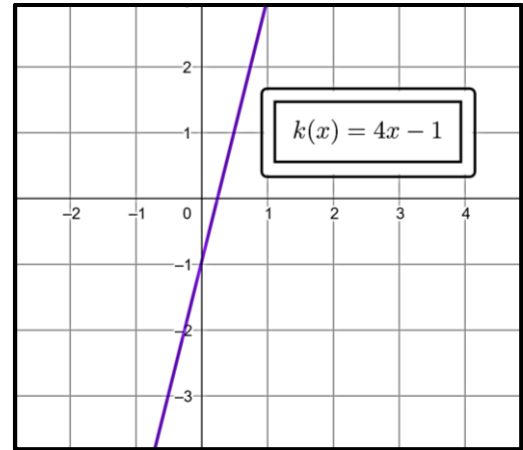
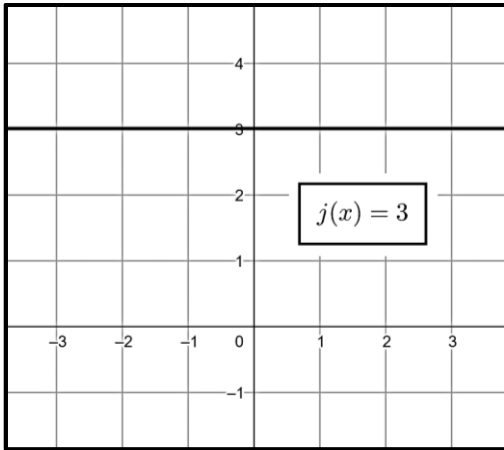
5) Observe a tabela abaixo:

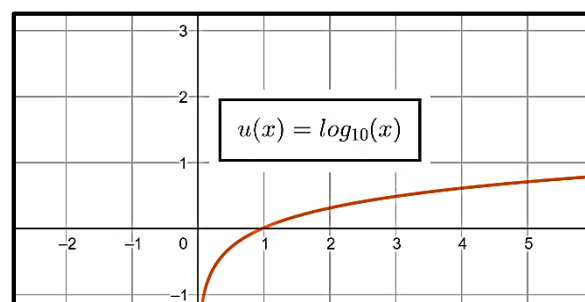
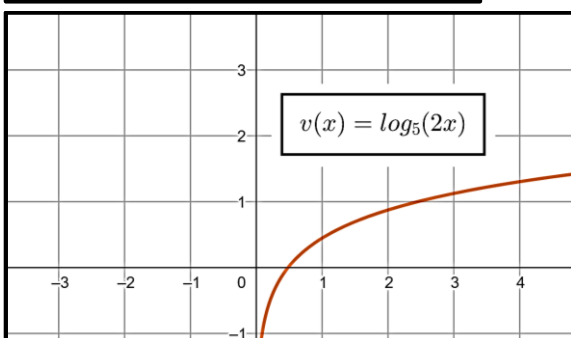
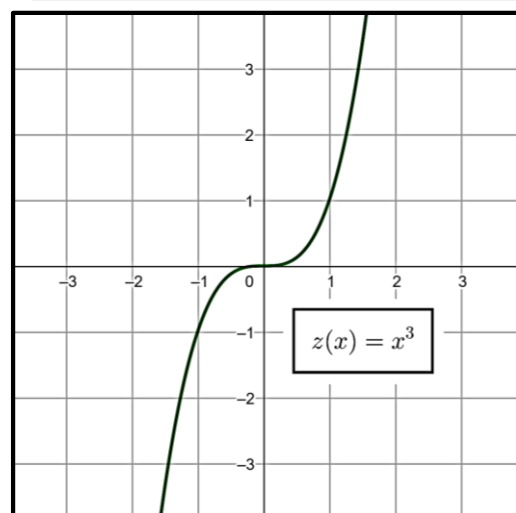
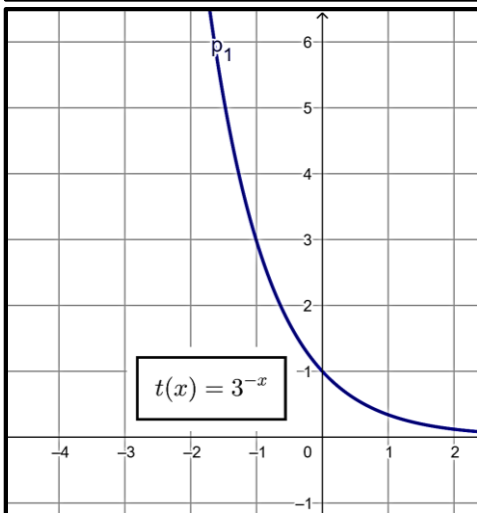
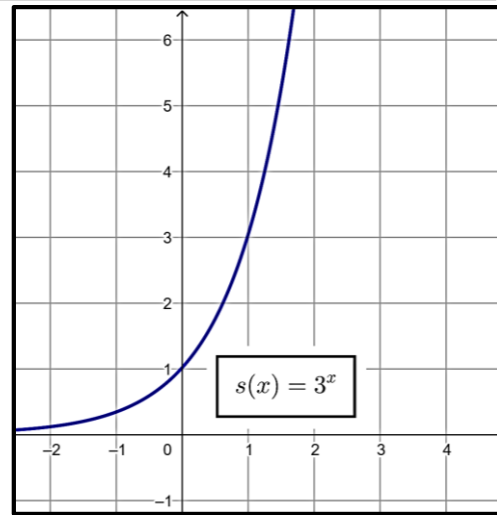
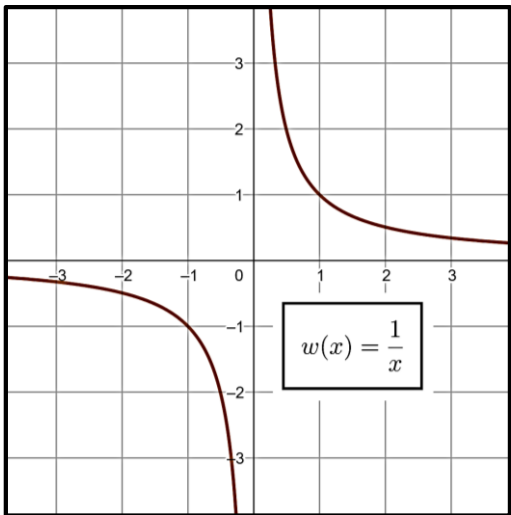
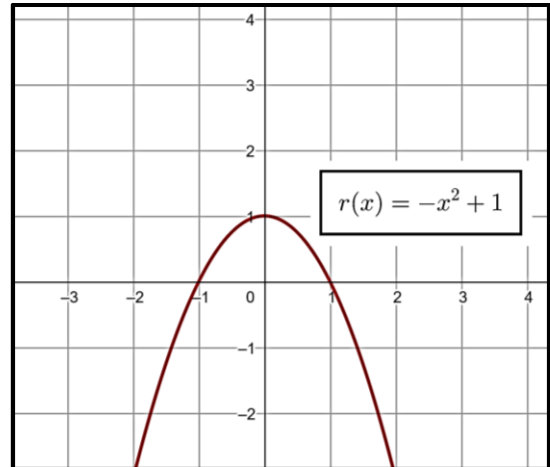
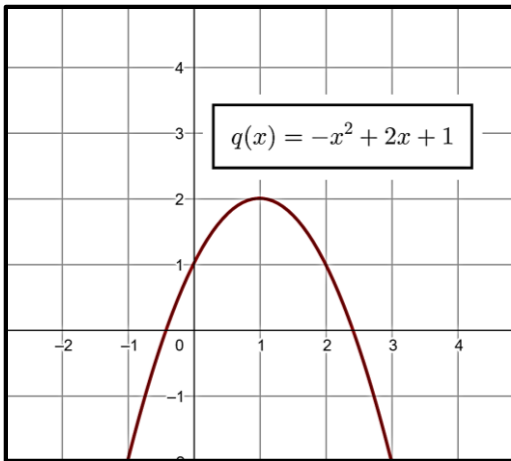
TIPOS DE FUNÇÃO AFIM			
Polinomial do 1º grau	Identidade	Linear	Constante
Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é chamada de função polinomial de 1º grau.	Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ é chamada de função identidade.	Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax$, com $a \in \mathbb{R}$, é chamada de função linear.	Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = b$, com $b \in \mathbb{R}$, é chamada de função constante.

Agora, classifique todas as funções afim dos cards em polinomial do 1º grau, identidade, linear e constante.

CARDS DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES







ANEXO 2 DO PLANO 1

FUNÇÃO AFIM

Vamos observar uma situação onde podemos aplicar os conceitos dos conteúdos relacionado a funções deste tipo:

No mundo do trabalho, há muitas pessoas que fazem a cobrança pelos seus serviços prestados fixando um valor inicial e mais uma taxa que varia de acordo a situação, seja de acordo com o tempo gasto para realizar o serviço ou a quantidade de um certo produto que foi produzido pelo trabalhador. Vamos ver um exemplo na situação a seguir:

Problema 1:

Para animar uma festa, um certo *DJ* cobra um valor fixo de R\$250,00, além de um valor adicional de R\$110,00 por hora.



Ou seja, podemos observar que para determinarmos o valor a ser pago ao *DJ*, vai depender da quantidade de horas trabalhadas por ele. Vamos analisar como podemos utilizar o conceito de função para estabelecer uma relação entre esses valores.

Considerando R\$250,00 o valor fixo do serviço e R\$110,00 o valor cobrado por hora trabalhada, podemos escrever a seguinte lei de formação para representar o preço p em função das horas trabalhadas x .

$$p(x) = 250 + 110 \cdot x \text{ ou } y = 110 \cdot x + 250$$

Preço a ser
cobrado
em reais

Horas
trabalhadas

Então turma, a lei de formação utilizada para representar essa situação é um exemplo de função afim. Também podemos definir uma função afim da forma apresentada abaixo, conforme BONJORNO, 2020.

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com a e b reais, é chamada de **função afim**.

Em uma função afim dada por $f(x) = ax + b$, os números reais a e b são chamados de **coeficientes** e, de acordo com seus valores, a função afim recebe alguns nomes particulares, como vimos durante a aula.

➤ FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Quando o coeficiente a da função afim é **diferente de zero**, a função recebe o nome de **função polinomial do 1º grau**, pois a relação entre a variável dependente e a variável independente é expressa por um polinômio do 1º grau.

- **Função identidade**

Quando $a = 1$ e $b = 0$, a função polinomial do 1º grau é expressa pela lei $f(x) = x$ e é chamada função identidade. A função identidade recebe esse nome pois associa cada valor de $x \in \mathbb{R}$ a ele mesmo.

➤ FUNÇÃO LINEAR

Quando o coeficiente b da função for **igual a zero**, a função recebe o nome de **função linear**.

➤ FUNÇÃO CONSTANTE

Quando o coeficiente a da função é **igual a zero**, a função recebe o nome de **função constante**, pois a associa cada valor $x \in \mathbb{R}$ sempre ao mesmo valor b .

A IMAGEM DE UMA FUNÇÃO AFIM

Agora vamos voltar ao exemplo anterior.

Vimos que o preço a ser cobrado pelo *DJ* $p(x)$ depende da quantidade de horas x trabalhadas pelo *DJ*. As variáveis envolvidas nesse problema estão relacionadas pela lei de formação abaixo:

$$p(x) = 250 + 110 \cdot x$$

Assim que atribuirmos valores para a variável independente x , obtemos o valor da função, ou seja, o valor de $p(x)$, isto é, se o tempo em horas que o *DJ* animou a festa for de **2** horas, o preço a ser pago será:

$$p(2) = 250 + 110 \cdot 2$$

$$p(2) = 250 + 220$$

$$p(2) = 470$$

Portanto, o valor a ser pago ao *DJ*, por 2 horas trabalhadas, será de R\$470,00 e terá a representação gráfica como um ponto (2; 470) no plano cartesiano.

Também podemos determinar o tempo trabalhado pelo *DJ* sabendo o valor que ele recebeu ao final da festa. Por exemplo, se o *DJ* recebeu R\$635,00 ao final da festa,

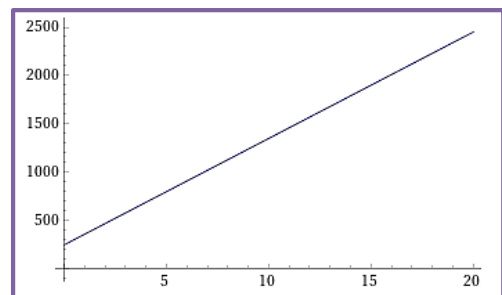


Figura 1: gráfico da função (Problema 1)

Esta função tem seu domínio restrito a valores positivos para x , pois nossa variável dependente são as horas trabalhadas, isto é, nossa variável é sempre positiva



temos que $p(x) = 635$, e queremos saber a quantidade x de horas trabalhadas, portanto:

$$\begin{aligned} p(x) &= 250 + 110 \cdot x \\ 635 &= 250 + 110 \cdot x \\ 635 - 250 &= 110 \cdot x \\ 385 &= 110 \cdot x \\ \frac{385}{110} &= x \rightarrow x = 3,5 \end{aligned}$$

Portanto, o *DJ* prestou serviço por 3,5 horas, ou seja, *3h30min*.

O exemplo anterior tratava-se de uma função polinomial do 1º grau. Também podemos observar a imagem de outros tipos de função afim:

- **Função identidade:** $g(x) = x$

- $g(1) = 1$
- $g(-2) = -2$
- $g(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$

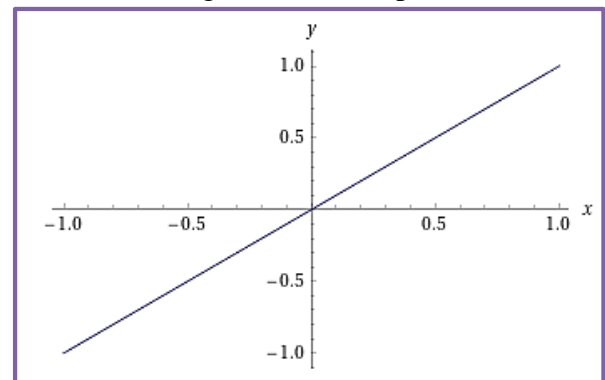


Figura 2: gráfico da função $g(x)$

- **Função linear:** $h(x) = -2x$

- $h(-1) = 2$
- $h(-2) = -4$
- $h(3) = -6$

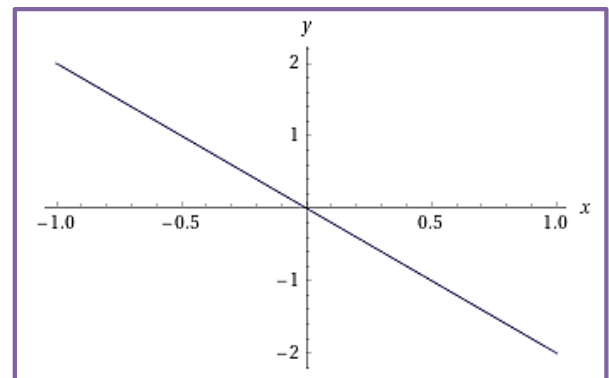


Figura 3: gráfico da função $h(x)$

- **Função constante:** $s(x) = 5$

- $s(1) = 5$
- $s(3) = 5$
- $s(-1) = 5$

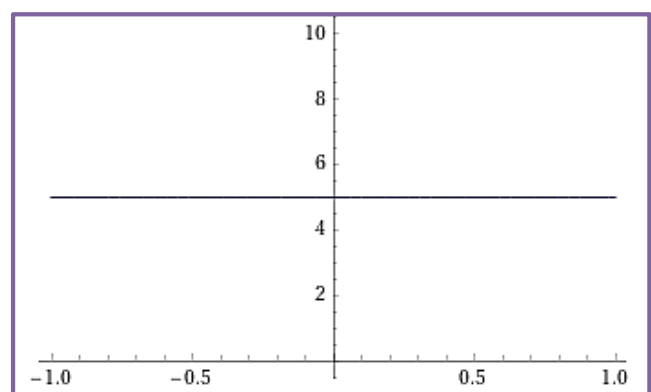


Figura 4: gráfico da função $s(x)$

GOOGLE FORMULÁRIOS – ATIVIDADE PÓS LEITURA
 Link Google Forms - <https://forms.gle/CrVNDDuczWP1UFWX8>

Olá turma!

Agora que estudamos um pouco sobre a função afim, lei de formação e gráficos, vamos realizar uma atividade para pôr em prática estes conceitos.

Questão 1

Assinale as funções que são do tipo linear:

$f(x) = -7x$	$g(x) = -\sqrt{2}$	$h(x) = -\frac{x}{3}$	$j(x) = \sqrt{5} \cdot x$	$k(x) = \frac{x+8}{4}$
--------------	--------------------	-----------------------	---------------------------	------------------------

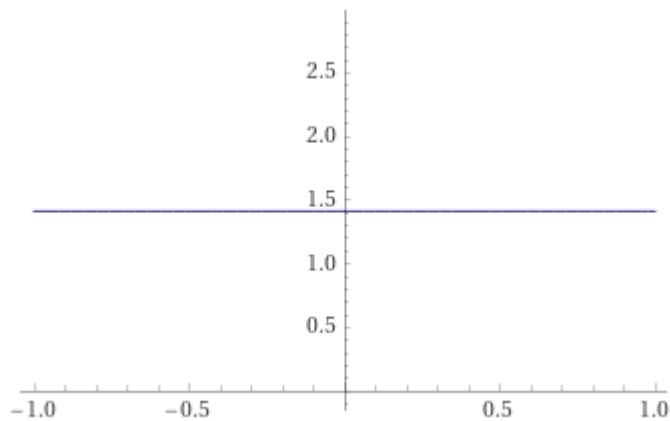
Questão 2

Assinale as funções que são do tipo polinomial do 1º grau:

$w(x) = 0,5x + \sqrt{2}$	$z(x) = \sqrt{3}$	$s(x) = x - \frac{2}{3}$
--------------------------	-------------------	--------------------------

Questão 3

Observe o gráfico da imagem abaixo e marque a opção correta sobre o tipo de função.



- a) Polinomial do 1º grau
- b) Identidade
- c) Constante
- d) Linear

Questão 4

Observando a função apresentada no problema do *DJ*. Marque a opção correta sobre os coeficientes a e b da função $y = 250 + 110x$.

- a) $a = 250$ e $b = 110$
- b) $a = 110$ e $b = 250$
- c) $a = -110$ e $b = 250$

Questão 5

Qual o valor em reais que o *DJ* receberá se trabalhar durante 4 horas em uma festa?

- a) R\$690,00
- b) R\$1440,00
- c) R\$360,00

Questão 6

Sabendo que o *DJ* recebeu R\$800,00 pelo seu trabalho em determinada festa, por quantas horas ele prestou seu serviço?

- a) 4 horas e 30 min
- b) 6 horas
- c) 5 horas

Apêndice B – Plano de aula da segunda atividade presencial e remota

DURAÇÃO DA AULA	90 min (aula presencial) + 90 min (atividade remota)	DISCIPLINA	Matemática
Modelo Híbrido	Sala de Aula Invertida e Rotação por Estações.		
Objetivos da aula	<p><u>Aula Presencial 2:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar padrões nas figuras construídas; • Reconhecer variáveis dependentes e independentes existentes na situação-problema; • Determinar a lei de formação de cada situação-problema. <p><u>Atividade Remota 2:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Construção de gráficos de função afim; • Identificar a interseção da reta no eixo das ordenadas e abscissas; • Relacionar os coeficientes com o gráfico das funções (crescimento e decrescimento, interseções com os eixos). 		
Conteúdo (s)	Função de 1º Grau		
Recursos	1 computador, lista de tarefas para os alunos, palitos e bolinhas.		
Organização dos espaços			
Espaços	Atividade		
Sala de Aula – Aula 1	<p><u>1º Momento:</u> antes de iniciar a aula, é necessário organizar a sala em quatro estações com igual número de classes. Cada estação corresponde a uma atividade, e em cada uma deve conter o material para a atividade correspondente. As estações 1 e 2 devem conter palitos para os alunos manipularem; a estação 3 deve conter um computador para contemplar a atividade do GeoGebra <i>on-line</i> e a estação 4 deve conter algumas bolinhas de papel.</p> <p><u>2º Momento:</u> assim que os alunos entrarem na sala eles serão orientados a se dividirem entre as estações. Em seguida, será explicado aos alunos como funcionará a dinâmica: cada grupo começa em uma estação e possui 15 minutos para realizar a atividade proposta, assim que fechar o tempo os grupos devem trocar de estações para realizar a próxima tarefa. Os alunos também receberão a lista de tarefas (Anexo 1 do plano 2).</p> <p><u>3º Momento:</u> neste momento os alunos já terão iniciado a tarefa, o professor assume um papel de mediador e orientador dos alunos e uma postura interrogativa, contribuindo para o processo de investigação dos alunos.</p> <p><u>4º Momento:</u> no quarto momento, assim que os alunos finalizarem as atividades, será proposto um momento de socialização dos resultados.</p> <p><u>5º Momento:</u> neste momento será comunicado aos alunos que a segunda atividade já está disponível no site compartilhado com eles na aula anterior.</p>		
Em casa – Atividade Remota 1	Como “tarefa de casa”, os alunos terão acesso ao site contendo o material de leitura e o questionário (Anexo 2 do plano 2).		
Avaliação			

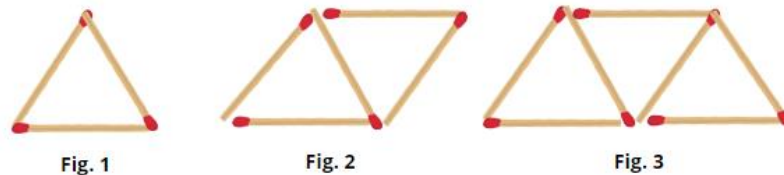
O que pode ser feito para observar se os objetivos da aula foram cumpridos?	Para verificar se os objetivos da aula foram cumpridos, o professor pode observar os alunos durante o desenvolvimento da atividade presencial, observar o engajamento da turma, assim como analisar a lista de tarefas, observando se as respostas escritas pelos alunos estavam coerentes. Ainda, também é possível analisar as respostas dos alunos no questionário, verificando se a turma compreendeu as questões e o conteúdo.
Referências	
LINK DO SITE: https://sites.google.com/aluno.osorio.ifrs.edu.br/turma-104/p%C3%A1gina-inicial?authuser=0	
BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: conjunto e funções: ensino médio . 1. ed, São Paulo: Editora FTD, 2020.	

ANEXO 1 DO PLANO 2

INTEGRANTES DO GRUPO: _____

Atividade para Estação 1:

Observe na figura abaixo que cada lado do triângulo foi representado por um palito. Nessa situação a quantidade de palitos de cada figura depende da quantidade de triângulos que formam cada figura.



- a) Mantendo o padrão apresentado, construa a representação da 4ª e 5ª figura.
- b) Complete a tabela com a sequência correspondente à quantidade de palitos usados na construção de cada figura.

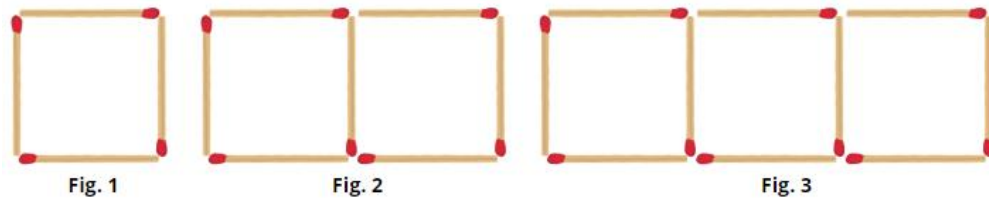
Nº de triângulos (t)	Nº de Palitos (p)
1	
2	
3	
4	
5	

- c) Vocês perceberam algum padrão na formação das figuras? Qual? _____
- _____

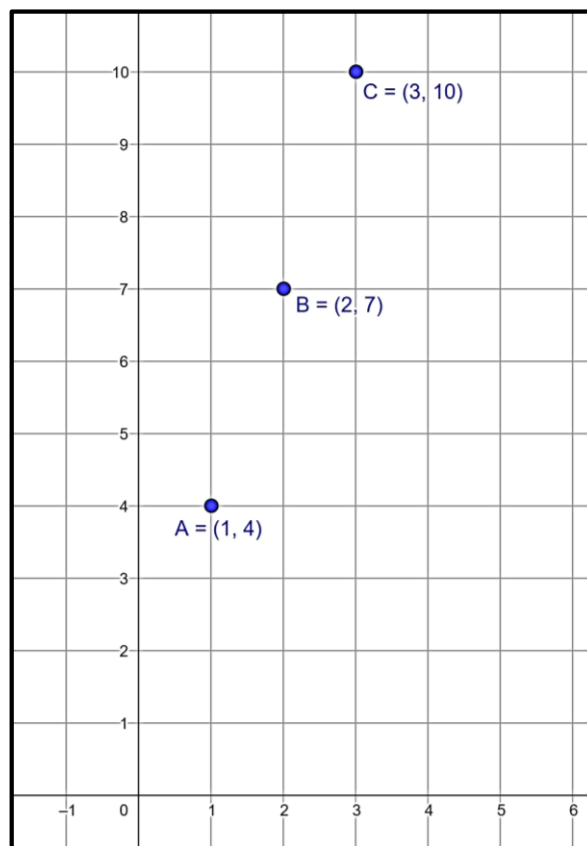
- d) Qual é a fórmula que relaciona **p** com **t**? $f: N \rightarrow N$ _____

Atividade para Estação 2:

Observe na figura abaixo que cada lado do quadrado foi representado por um palito. Nessa situação a quantidade de palitos de cada figura depende da quantidade de quadrados que formam cada figura.



- Mantendo o padrão apresentado, construa a representação da Fig. 4 e Fig. 5.
- Observe o gráfico correspondente à quantidade de palitos usados na construção de cada figura.



- Vocês perceberam algum padrão na formação das figuras? Qual? _____

- Qual é a fórmula que relaciona p com q ? _____

Atividade para Estação 3: GEOGEBRA ONLINE (ATIVIDADE ORGANIZADA NO AMBIENTE VIRTUAL DO SOFTWARE)

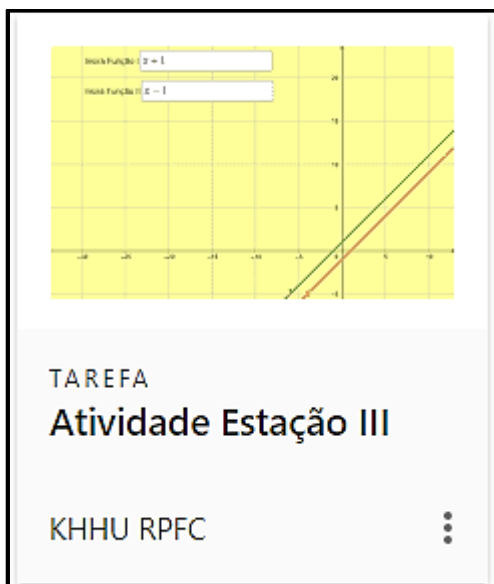
O Parque de Diversões (Unb 97Adaptado)

Cada bilhete vendido em um parque de diversões dá direito à utilização de apenas um brinquedo, uma única vez. Esse parque oferece aos usuários duas opções de pagamento: I: R\$ 3,00 por bilhete; II: Valor fixo de R\$ 15,00, acrescidos R\$ 0,50 por bilhete.

- Quais as expressões que definem as funções das opções I e II? Esboce seus respectivos gráficos no GeoGebra.
- Julio está com a família e pretende usar 15 bilhetes. Qual opção é mais vantajosa para ele?
- Existe algum ponto que torna indiferente a escolha entre as opções I e II?

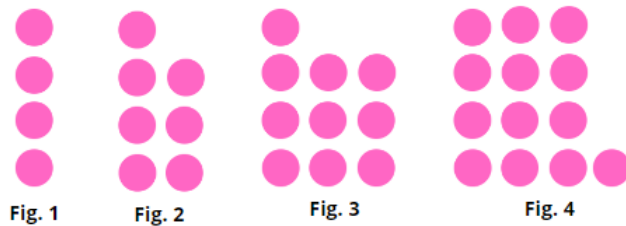
LINK DA ATIVIDADE COMPLETA NO GEOGEBRA ONLINE:

<https://www.geogebra.org/classroom/khhurpfc>



Atividade para Estação 4:

Observe na figura abaixo. Nessa situação o número de círculos de cada figura depende da posição que ela ocupa na sequência.



- a) Mantendo o padrão apresentado, construa a representação da Fig. 5 e Fig. 6.
- b) Complete a tabela com a sequência correspondente à quantidade de círculos usados na construção de cada figura.

Posição da figura (n)	Nº de círculos (c)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- c) Vocês perceberam algum padrão na formação das figuras? Qual? _____

- d) Qual é a fórmula que relaciona n com c ? _____

Determine o número de círculos na Figura 15. _____

ANEXO 2 DO PLANO 2

O GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO AFIM



Como vimos anteriormente, o gráfico de uma função afim é representado graficamente por uma reta no plano cartesiano. Com base nisso, podemos localizar no sistema cartesiano dois pontos distintos pertencentes ao gráfico da função afim e traçar a reta correspondente.

Inicialmente, construímos uma tabela com dois valores de $x \in \mathbb{R}$ e determinamos os valores de $y = f(x)$ para obter os pares ordenados desses pontos. Em seguida, localizamos esses pontos no sistema cartesiano e traçamos a reta determinada por eles, que é o gráfico da função f . Vamos ver alguns exemplos:

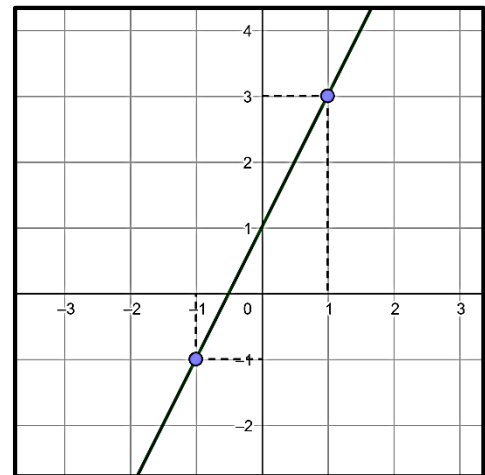


Exemplo 1:

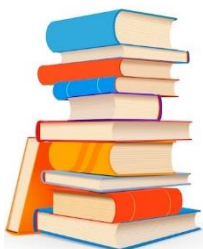
O gráfico da função afim definida por $h(x) = 2x + 1$. Escolhendo $x = -1$ e $x = 1$ temos:

x	$y = 2x + 1$	(x, y)
-1	$y = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$	$(-1, -1)$
1	$y = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	$(1, 3)$

Após marcar os pontos no plano cartesiano, basta traçar o gráfico da reta.



Exemplo 2:



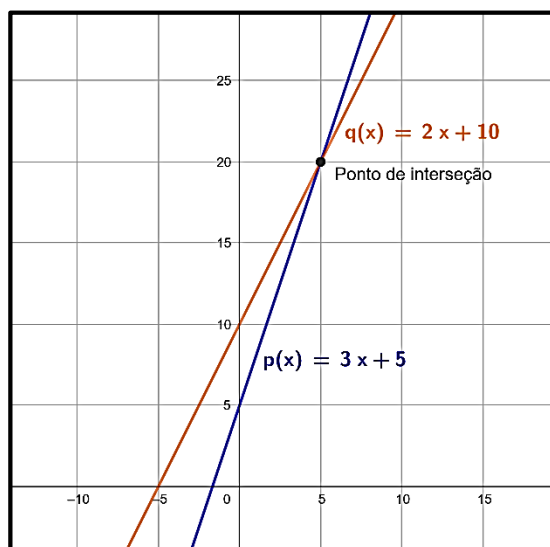
Um rapaz, ao pesquisar na internet o preço de alguns livros encontrou os produtos que queria em duas lojas virtuais distintas. O valor dos livros era o mesmo, porém em cada loja o cálculo do valor do frete era diferente. Na loja A, pagava-se um fixo de R\$5,00 mais R\$3,00 por livro comprado. Na loja B pagava-se um fixo de R\$10,00 mais R\$2,00 por livro.

- a) Qual é a função que relaciona o preço do frete, em reais, com o número de livros adquiridos em cada uma das lojas?

Loja A	Loja B
$p(x) = 5 + 3 \cdot x$	$q(x) = 10 + 2 \cdot x$

- b) Faça o gráfico das duas funções em um mesmo plano cartesiano e interprete o significado do ponto de interseção dessas duas retas.

Vamos realizar a construção dos gráficos de cada uma das funções:



O ponto de interseção das duas retas $p(x)$ e $q(x)$, é o ponto (x, y) que pertence às duas retas, isto é, para um determinado valor de x (quantidade de livros) as funções assumem o mesmo valor para y (preço a ser pago). Para determinar esse ponto podemos igualar as duas funções, ou seja:

$$\begin{aligned} p(x) &= q(x) \\ 3x + 5 &= 2x + 10 \\ 3x - 2x &= 10 - 5 \\ x &= 5 \end{aligned}$$



Descobrimo o valor de x basta calcular a imagem para $x = 5$ em qualquer uma das funções: $p(x)$ ou $q(x)$. Desse modo, teremos o ponto (x, y) da interseção das duas funções. Veja abaixo:

	$p(x) = 3x + 5$	$q(x) = 2x + 10$
$x = 5$	$y = 3 \cdot 5 + 5 = 20$	$y = 2 \cdot 5 + 10 = 20$

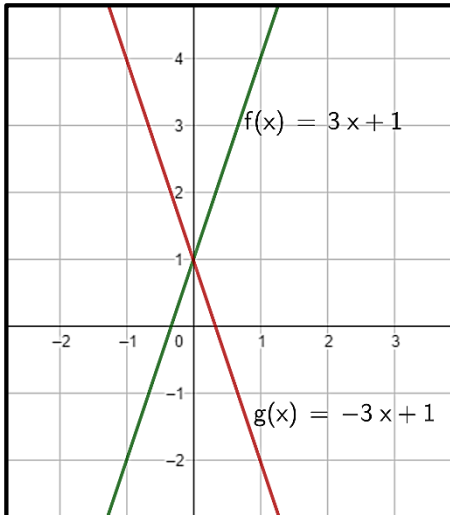
Logo, o ponto $(x, y) = (5, 20)$ pertence às duas funções. Isso significa que para 5 livros o preço da compra é igual nas duas lojas A e B.



CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO AFIM



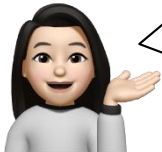
Ao visualizar o gráfico de uma função afim, podemos identificar se ela é crescente ou decrescente observando a inclinação da reta, ou ainda verificando o sinal do coeficiente a na lei de formação. Observe o gráfico abaixo contendo as funções $f(x)$ e $g(x)$:



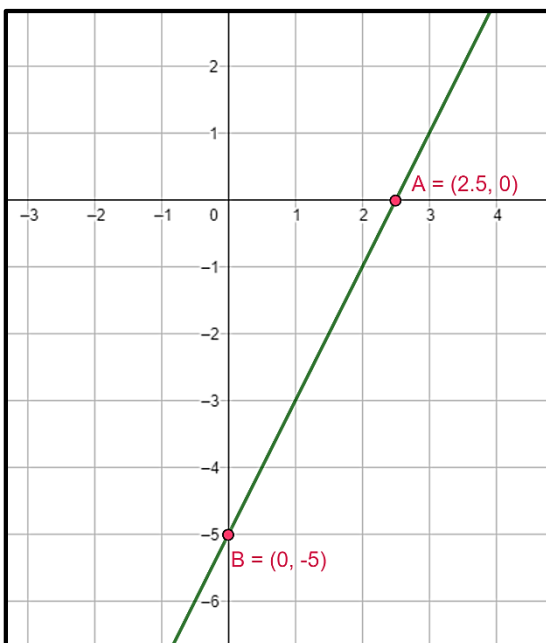
Apesar da lei de formação das duas funções serem parecidas, uma das funções é crescente $f(x)$ e a outra é decrescente $g(x)$. O que determina a função ser crescente ou decrescente é o coeficiente a da lei de formação:

- Quando o coeficiente a for positivo, ou seja, $a > 0$, **a função é crescente.**
- Quando o coeficiente a for negativo, ou seja, $a < 0$, **a função é decrescente.**

INTERSEÇÃO DO GRÁFICO COM OS EIXOS Ox e Oy



É possível perceber, ao analisar gráficos, que as funções intersectam os eixos das ordenadas e abcissas. Podemos relacionar esses pontos de interseção a partir da lei de formação da função, veja o exemplo abaixo:



Exemplo 1: $f(x) = 2x - 5$

Observe o ponto $A = (2,5; 0)$. Este ponto de interseção do gráfico com o eixo x (abcissas) representa o **zero da função afim**, que é o valor de x para o qual o valor de y é igual a zero. Podemos determinar esse ponto calculando a equação $2x - 5 = 0$.

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2} = 2,5$$

Portanto, para $x = \frac{5}{2}$ ou 2,5 temos que $y = 0$, representando o ponto $(\frac{5}{2}; 0)$ ou $(2,5; 0)$.

Agora, vamos observar o ponto $B = (0, -5)$. Este ponto de interseção do gráfico com o eixo y (ordenadas) representa graficamente o coeficiente b da lei de formação da função afim. Para toda função afim da forma $f(x) = ax + b$, o gráfico irá intersectar o eixo y no ponto $(0, b)$, uma vez que, para $x = 0$, temos $f(0) = b$. Podemos verificar substituindo $x = 0$ na lei de formação do exemplo, ou seja, calculando a $f(0)$:

$$f(x) = 2x - 5$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 - 5$$

$$f(0) = 0 - 5$$

$$f(0) = -5$$

Portanto, para $x = 0$, temos que $y = f(0) = -5$, representando o ponto $(0, -5)$.

GOOGLE FORMS – ATIVIDADE PÓS LEITURA -

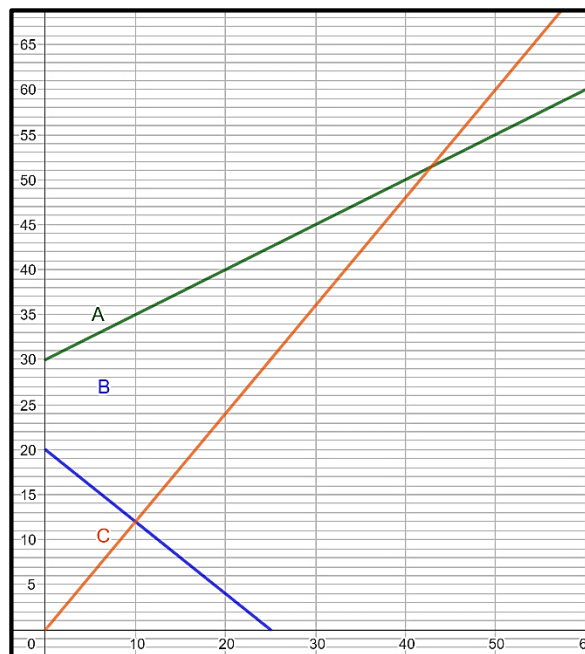
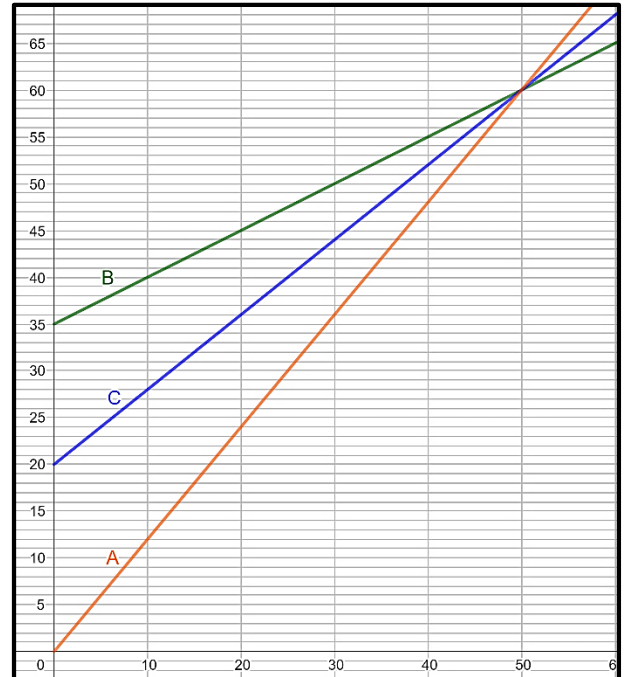
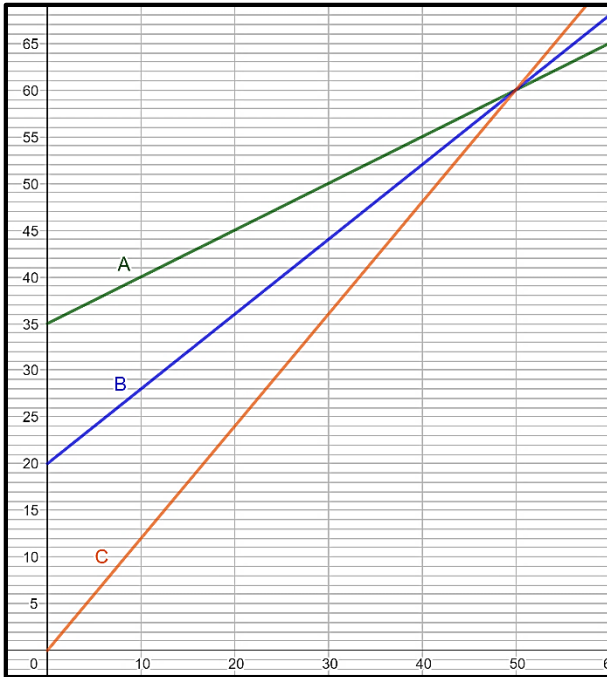
<https://forms.gle/4WDAiZLoSwR6eAR37>

Questão 1

(UNICAMP-SP) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R\$35,00	R\$0,50
B	R\$20,00	R\$0,80
C	0	R\$1,20

- Qual é a função que relaciona o preço mensal de cada plano, em reais, com a quantidade de minutos utilizados?
- Qual dos planos cartesianos abaixo contém os gráficos corretos das funções dos planos A, B e C?

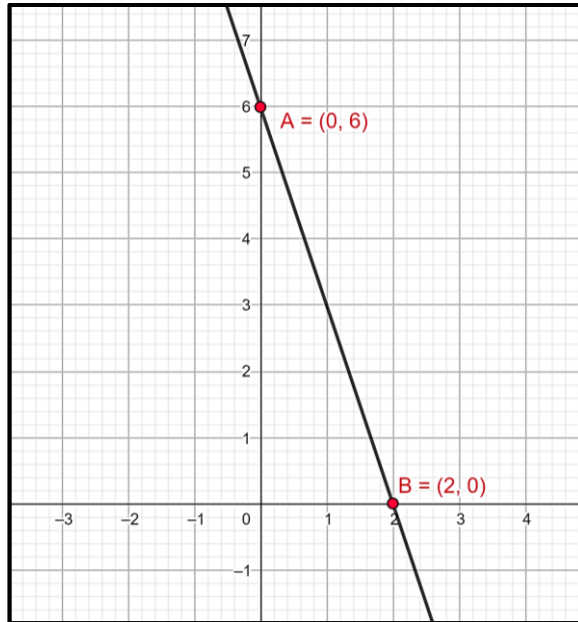


c) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?

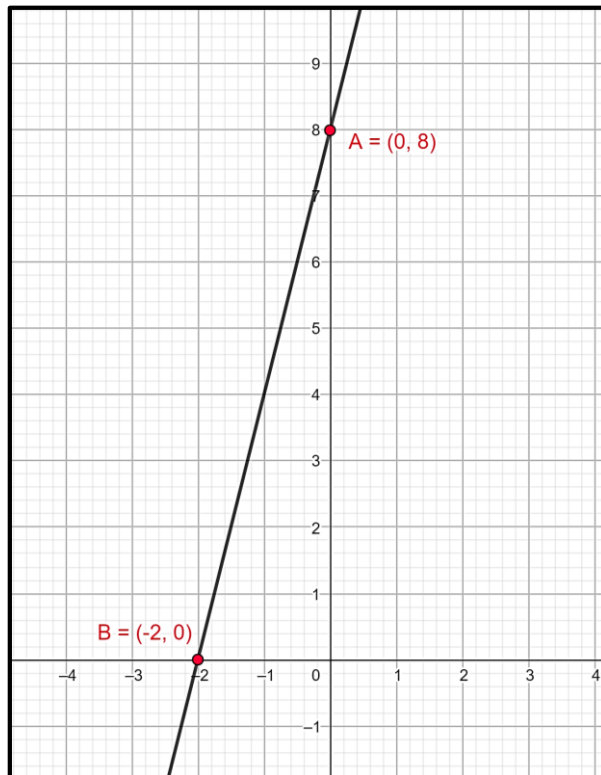
Questão 2

Verifique se as funções abaixo correspondem ao gráfico, fazendo as interseções com os eixos x e y .

a) O gráfico abaixo representa a função $f(x) = -3x + 6$?



b) O gráfico abaixo representa a função $g(x) = 2x + 8$?



Apêndice C – Plano de aula da terceira atividade presencial e remota

DURAÇÃO DA AULA	90 min (aula presencial) + 90 min (atividade remota)	DISCIPLINA	Matemática
Modelo Híbrido	Sala de Aula Invertida.		
Objetivos da aula	<p><u>Aula Presencial 3:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Plotar funções de 1º grau utilizando o <i>GeoGebra</i>; • Reconhecer os coeficientes a e b da função no gráfico; • Identificar o domínio e imagem da função graficamente. <p><u>Atividade Remota 3:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Aprofundar os estudos sobre os coeficientes da função afim. 		
Conteúdo (s)	Função de 1º Grau		
Recursos	Aula no laboratório de informática, lista de tarefas		
Organização dos espaços			
Espaços	Atividade		
Sala de Aula – Aula 1	<p><u>1º Momento:</u> com a turma já no laboratório de informática, será solicitado que os alunos se organizem em duplas ou trios. Em seguida será entregue a lista de tarefas (Anexo 1 do plano 3) para os grupos.</p> <p><u>2º Momento:</u> neste momento será apresentado o GeoGebra aos alunos, explicando o que é e para que serve. Também será explicado como inserir os comandos no software.</p> <p><u>3º Momento:</u> neste momento os alunos já terão iniciado a tarefa, o professor assume um papel de mediador e orientador dos alunos e uma postura interrogativa, contribuindo para o processo de investigação dos alunos.</p> <p><u>4º Momento:</u> no quarto momento, assim que os alunos finalizarem as atividades, será proposto um momento de socialização dos resultados.</p> <p><u>5º Momento:</u> neste momento será comunicado aos alunos que a terceira atividade já está disponível no site compartilhado com eles na aula anterior.</p>		
Em casa – Atividade Remota 1	Como “tarefa de casa”, os alunos terão acesso ao site contendo o material de leitura e o questionário (Anexo 2 do plano 3).		
Avaliação			
O que pode ser feito para observar se os objetivos da aula foram cumpridos?	Para verificar se os objetivos da aula foram cumpridos, o professor pode observar os alunos durante o desenvolvimento da atividade presencial, observar o engajamento da turma, assim como analisar a lista de tarefas, observando se as respostas escritas pelos alunos estavam coerentes. Ainda, também é possível analisar as respostas dos alunos no questionário, verificando se a turma compreendeu as questões e o conteúdo.		
Referências			
LINK DO SITE: https://sites.google.com/aluno.osorio.ifrs.edu.br/turma-104/p%C3%A1gina-inicial?authuser=0			
BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: conjunto e funções: ensino médio . 1. ed, São Paulo: Editora FTD, 2020.			

ANEXO 1 DO PLANO 3

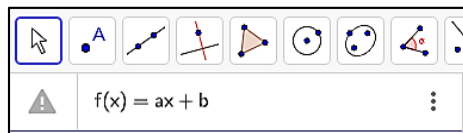
Atividade Presencial III

Analisando os coeficientes da função afim no GeoGebra

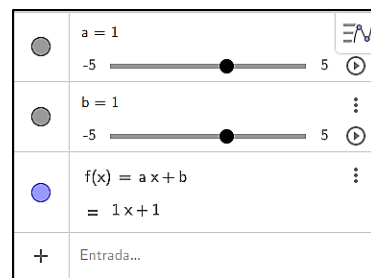
O que é o GeoGebra? O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único programa.

Nesta atividade, utilizaremos o GeoGebra para visualizar como os coeficientes a e b de uma função afim influenciam o gráfico e verificar como esses coeficientes estão relacionados com transformações no plano.

I - No Campo de entrada do GeoGebra, digite $f(x) = ax + b$ e pressione Enter. O programa exibirá uma tela apresentando controles deslizantes para o coeficiente a e b .



(Campo de entrada)



(Controles deslizantes de a e b)

Agora, deslize o controle para $b = 0$, e altere o coeficiente a . Observe agora as mudanças que ocorrem na reta. O que você pôde observar sobre o que acontece com o gráfico?

II. Deslize o controle deslizante para $a = 1$ e altere o coeficiente b . Analise as mudanças no gráfico. O que aconteceu com a reta conforme foi sendo alterado o coeficiente b ?

III. Como foi observado nos itens anteriores, quando foi alterado um dos coeficientes foi possível identificar um movimento de rotação do gráfico. Qual coeficiente foi responsável por essa modificação?

IV. Quando foi alterado um dos coeficientes foi possível identificar um movimento de translação do gráfico. Qual coeficiente foi responsável por essa modificação?

No software GeoGebra, digite as leis de formação abaixo:

$f(x) = x + 2$
$g(x) = 3x + 2$
$h(x) = -2x + 2$
$j(x) = \frac{x}{3} + 2$
$k(x) = 7x + 2$

a) Olhando para o gráfico contendo todas as funções acima, o que você percebe de comum entre as funções?

b) Qual é o ponto de interseção de cada reta e o Eixo Y?

c) Agora, olhando para a lei de formação das funções, você percebe algo em comum? O que?

d) Há alguma relação entre o gráfico das funções e a lei de formação delas?

Agora, digite as leis de formação abaixo:

$t(x) = 2x$
$m(x) = 2x + 1$
$v(x) = 2x - 1$
$z(x) = 2x + 2$
$w(x) = 2x - 2$

e) Olhando para o gráfico contendo todas as funções acima, o que você consegue observar sobre o comportamento das funções?

f) Ainda observando o gráfico, as retas têm algum ponto em comum?

g) Agora, olhando para a lei de formação das funções, você percebe algo em comum? O que?

h) Há alguma relação entre o gráfico das funções e a lei de formação delas?

i) Agora, no Campo de Entrada, digite “Ângulo(EixoX, $y = 2x$)” e dê ENTER. Repita o mesmo processo para as funções $m(x)$, $v(x)$, $z(x)$ e $w(x)$. O que você consegue observar?

j) Há alguma relação entre a lei de formação das funções e o ângulo formado entre as retas e o Eixo X?

ANEXO 2 DO PLANO 3

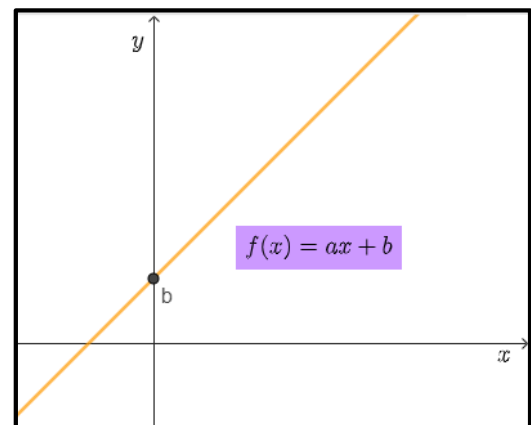
OS COEFICIENTES DA FUNÇÃO AFIM



Já vimos que a lei de formação de uma função afim é definida por $f(x) = ax + b$.

O coeficiente a é conhecido como coeficiente angular e está relacionado com a inclinação da reta em relação ao eixo x .

O coeficiente b é denominado coeficiente linear da reta e é a ordenada do ponto em que o gráfico da função afim cruza o eixo y .



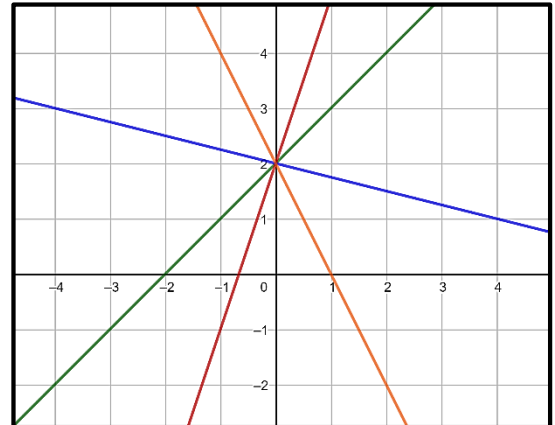
Vamos observar agora alguns gráficos de funções afim com diferentes valores para o coeficiente a .

● $f(x) = x + 2$

● $g(x) = 3x + 2$

● $h(x) = \frac{-x}{4} + 2$

● $p(x) = -2x + 2$



Analisando o gráfico, podemos perceber que quando fixamos o coeficiente linear b e variamos o coeficiente angular a observamos um movimento de rotação das retas. Perceba que nas leis de formação das funções presentes no gráfico, o coeficiente b é igual, variando apenas o coeficiente a .

É possível verificar também que, pelo fato do coeficiente b das funções serem iguais ($b = 2$), todas as funções interceptam o eixo y no ponto $(0, 2)$.



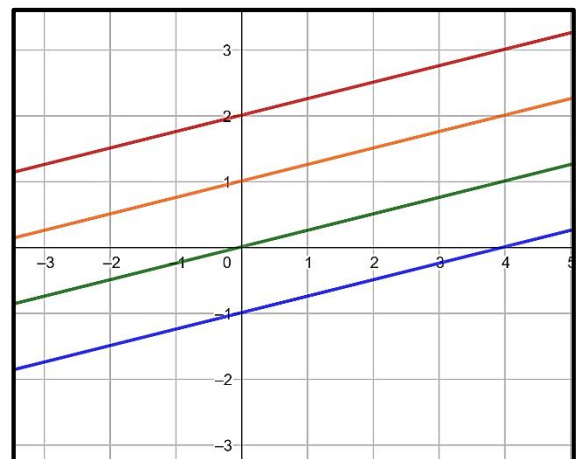
Vamos observar agora alguns gráficos de funções afim com diferentes valores para o coeficiente b .

● $i(x) = \frac{1}{4}x$

● $k(x) = \frac{1}{4}x + 2$

● $q(x) = \frac{1}{4}x - 1$

● $m(x) = \frac{1}{4}x + 1$



Analisando o gráfico, podemos perceber que quando fixamos o coeficiente angular a e variamos o coeficiente linear b observamos um movimento de translação das retas. Perceba que nas leis de formação das funções presentes no gráfico, o coeficiente a é igual, variando apenas o coeficiente b .



GOOGLE FORMS – ATIVIDADE PÓS LEITURA - <https://forms.gle/FGkPte4bddPxrqSt8>

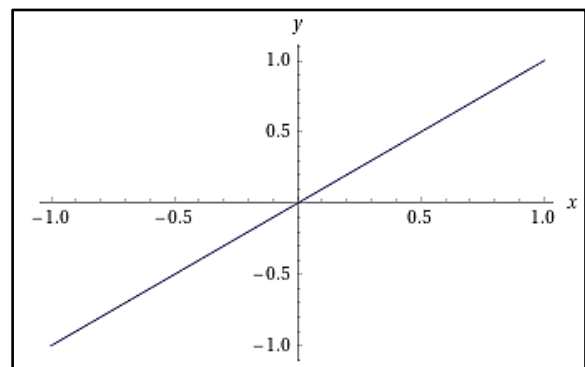
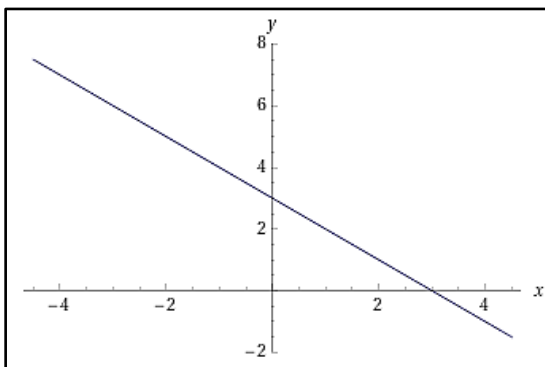
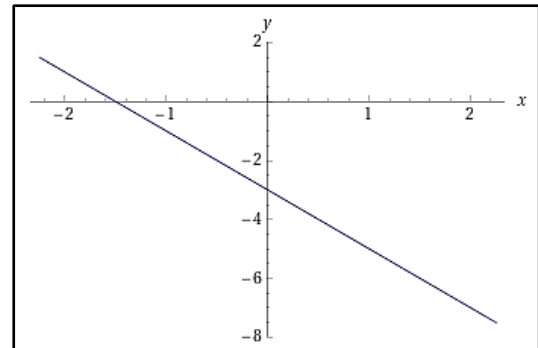
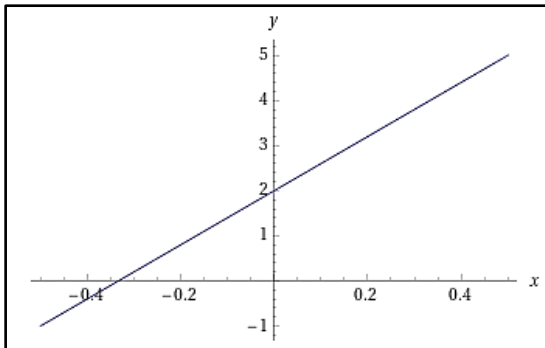
1) Identifique, pelas leis de formação, quais funções abaixo são crecentes:

$y = \frac{2x}{5} + 1$	$n(x) = -2x + 3$	$f(x) = -4x$	$k(x) = 3,5 - 0,4x$	$g(x) = 5x$	$h(x) = 4 + 2,5x$
------------------------	------------------	--------------	---------------------	-------------	-------------------

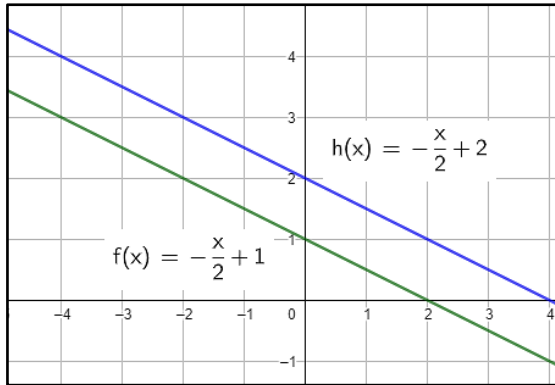
2) Identifique, pelas leis de formação, quais funções abaixo são decrecentes:

$y = \frac{2x}{5} + 1$	$y = -2x + 3$	$f(x) = -4x$	$k(x) = 3,5 - 0,4x$	$g(x) = 5x$	$h(x) = 4 + 2,5x$
------------------------	---------------	--------------	---------------------	-------------	-------------------

3) Identifique, pelo gráfico, se as funções abaixo são crecentes ou decrecentes:

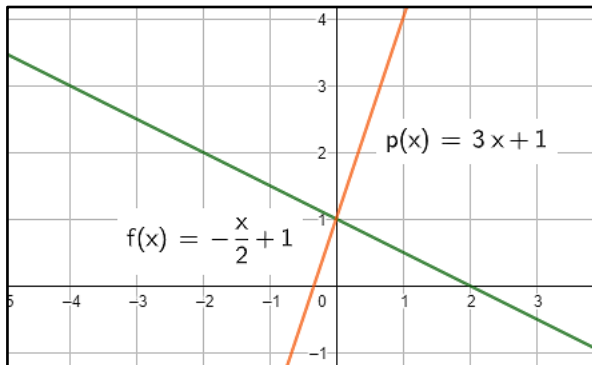


4) Observando o gráfico das funções da imagem abaixo e suas respectivas leis de formação, marque a alternativa que contém uma função com a mesma inclinação.



- a) $g(x) = x + 2$
 b) $k(x) = -x + 1$
 c) $y = -\frac{x}{2} + 3$

5) Observando o gráfico das funções da imagem abaixo e suas respectivas leis de formação, marque a alternativa que contém uma função com o mesmo ponto de interseção com o eixo y .



- a) $y = 3x + 2$
 b) $m(x) = \frac{-x}{2} + 4$
 c) $h(x) = 2x + 1$