

Abordagem didática da utilização do filtro de Kalman para determinação do estado de carga de baterias de chumbo-ácido.

Otávio Vogel Farinon

Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Rio Grande do Sul - IFRS
Av. São Vicente, 785,
Farroupilha, RS, Brasil
E-mail: otaviofarinon@gmail.com

Ivan Jorge Gabe

Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Rio Grande do Sul - IFRS
Av. São Vicente, 785,
Farroupilha, RS, Brasil
E-mail: ivan.gabe@farroupilha.ifrs.edu.br

Resumo—Este trabalho descreve o projeto realizado na disciplina de TCC-2 do curso de engenharia de controle e automação do IFRS Campus Farroupilha, e visa utilizar o recurso do algoritmo de Kalman para determinar o estado de carga, ou *state of charge* (SoC), de baterias chumbo-ácido. O filtro de Kalman atua na remoção de ruídos e estimação de estados do sistema em questão, e tem sido apresentado na literatura como uma alternativa aos métodos tradicionais de estimação de estado de carga de baterias e bancos de baterias. Será aplicado um ruído no sistema, pois além de ser uma ocorrência comum na prática, isso expõe a capacidade desse algoritmo de removê-lo e fazer a predição correta da saída do sistema. Finalmente, serão apresentados alguns resultados de simulação para a aplicação em questão e algumas questões técnicas da mesma serão discutidas, demonstrando mais uma possibilidade de aplicação prática do algoritmo de filtragem e estimação de estados. Tudo isso será explorado de forma didática para que seja facilmente absorvido por alunos de disciplinas de Sistemas de Controle que queiram entender mais sobre o assunto.

Palavras-chave—Filtro de Kalman, estimação de estados, filtragem ótima, bateria chumbo-ácido.

I. INTRODUÇÃO

Com o crescimento do uso de sistemas elétricos numa diversidade de funções, desde dispositivos móveis como *tablets* e celulares até carros elétricos, se torna cada vez mais importante estimar precisamente o estado de saúde e carga das baterias utilizadas para alimentação desses dispositivos. Com esse fim, existem duas medidas que podem ser utilizadas: o *State of Charge* (SoC) e o *State of Health* (SoH). [1] [?]

De acordo com [1], o estado de saúde é "uma indicação de degradação e envelhecimento da bateria, que representa em porcentagem a capacidade de uma bateria em relação à sua condição nominal", enquanto que o estado de carga se trata da quantidade restante de carga presente na bateria, representada como porcentagem da carga nominal.

O presente trabalho busca realizar estimativas precisas do SoC por meio de simulações realizadas em *Matlab* com base em um modelo matemático de uma bateria chumbo-ácido. Existem diversas formas de realizar essas estimativas, e esse artigo abordará uma: por meio do algoritmo de Kalman,

também chamado de filtro de Kalman. Esse método necessita a definição de um modelo matemático que represente o comportamento dinâmico da bateria. [2]

Sistemas dinâmicos podem ser avaliados por meio de medições das suas saídas, e comumente essas medições são realizadas por meio de equipamentos e sensores. Porém, em certos casos, o custo dos sensores e da instrumentação associada pode ser alto, ou pode ser difícil (ou impossível) instalar esses sensores por uma diversidade de outras razões, como por exemplo limitações tecnológicas ou de espaço físico disponível. É possível nesse contexto elaborar formas de estimar o estado dessas saídas sem o uso dessas estruturas físicas. [3]

A medição precisa do parâmetro SoC da bateria chumbo-ácido pode ser citada como um desses casos, onde o uso de estimadores é mais confiável do que o uso de sensores medindo a variável de saída do sistema, pois os métodos tradicionais (medição da tensão de saída da bateria, também chamado de contagem de Coulombs) possuem como desvantagens o chamado *drift* ou *offset* da saída à longo prazo. Os métodos baseados em estimadores de estados possuem correções a esse tipo de comportamento. [4]

Observadores de estados, sendo o filtro de Kalman exemplo de um, são responsáveis por gerar estimativas dos valores das saídas de sistemas puramente com base nas equações matemáticas que descrevem esse sistema. Esses são exemplos de sistemas de medida indiretos ou não-invasivos (SMI). A figura 1 descreve visualmente a estrutura de um SMI baseado em observadores de estados. Uma medição direta (sensor) está presente no sistema, porém o observador realiza mais de uma função no contexto desse sistema: ele estima o estado do objeto sem sensor além de filtrar o estado medido pelo mesmo, pois essas medidas comumente podem ter ruídos atrelados à elas. [3]

O filtro de Kalman é um algoritmo iterativo que consegue levar em conta as estimativas feitas em iterações passadas, e pode realizar essa função até quando a natureza exata do sistema modelado é desconhecida. [5].

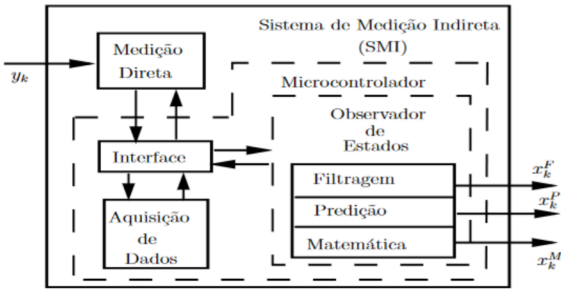


Figura 1: Descrição visual do funcionamento de um SMI.
Fonte: [3]

Este trabalho de conclusão de curso visa descrever e demonstrar o funcionamento desse recurso na determinação do *State of Charge* (SoC) de baterias chumbo-ácido. A ideia é apresentar quais vantagens esse método traz em relação a métodos tradicionais, além de citar algumas das desvantagens, utilizando parâmetros como o custo computacional do uso desse recurso e a precisão das variáveis de saída.

II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nessa seção serão explorados os pilares teóricos que regem o projeto, entre os quais estão: a determinação do SoC da bateria chumbo-ácido e o funcionamento do filtro de Kalman. Serão abordados também os subtópicos relevantes, como a representação de sistemas dinâmicos em espaços de estado, distribuições normais e variáveis estocásticas.

A. Representação de sistemas em espaço de estados

O modelo em espaço de estados de um sistema tem a finalidade de descrevê-lo como uma série de equações diferenciais de primeira ordem. Um sistema descrito dessa forma tem como característica principal uma série de matrizes que servem para modelar o sistema. O valor das variáveis de saída depende do valor das variáveis de estado.

Essa forma de representar sistemas é preferida no controle moderno pois funções de transferência possuem a limitação de apresentar apenas a relação entre uma variável de entrada e uma variável de saída. A representação em espaço de estados é feita no domínio do tempo, escrita por meio de matrizes, e funciona para representar sistemas tanto lineares quanto não lineares, variantes ou não no tempo [6]. A forma geral da representação em espaço de estados de um modelo *multi-input multi-output* (MIMO) de um sistema linear invariante no tempo é expressa por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

Sendo que na equação 1, a equação $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$ é chamada de *equação de estados* e a equação $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$ é chamada de *equação de saída*. A matriz \mathbf{A} é a matriz de estados, \mathbf{B} é a matriz de entradas, \mathbf{C} é a matriz de saídas e \mathbf{D} é a matriz de transição direta, usada para casos onde existe

relação direta entre as entradas e as saídas. $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estados, ou seja, seus componentes são as variáveis de estado, $\mathbf{u}(t)$ o vetor de entradas e $\mathbf{y}(t)$ o vetor de saídas.

Um exemplo da representação em espaço de estados será apresentado a seguir. A figura 2 apresenta um modelo massa-mola que relaciona o deslocamento com a força aplicada e os parâmetros de inércia, elasticidade e atrito:

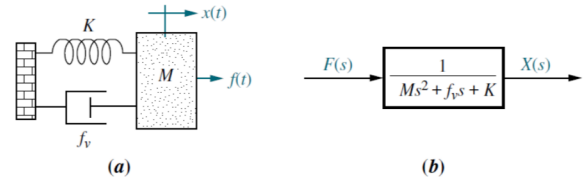


Figura 2: **a.** Sistema massa-mola básico. **b.** Diagrama de blocos. Fonte: [7]

O sistema da Figura 2, a partir do somatório de forças aplicadas na massa M , resulta em:

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + f_v \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = f(t) \quad (2)$$

O sistema é representado por uma equação diferencial de segunda ordem e isso significa que o sistema terá que utilizar ao menos duas variáveis de estado para ser descrito completamente. [8] A entrada no sistema é a força $f(t)$ aplicada na massa e a saída $x(t)$ é o deslocamento da mesma. Sendo assim, pode ser relacionado o vetor de entradas $\mathbf{u}(t)$ na modelagem por espaço de estados com a força $f(t)$ e o vetor de saídas $\mathbf{y}(t)$ com a saída $x(t)$ no sistema massa-mola, como mostrado na equação 3:

$$\begin{aligned}u(t) &= f(t) \\ y(t) &= g(x(t), u(t))\end{aligned}\quad (3)$$

A saída $y(t)$ na equação 3 é dada em função dos estados e das entradas.

Em seguida, deve ser feita a escolha das variáveis de estado, nesse caso a escolha mais clara sendo o deslocamento $x(t)$ como primeira variável de estado e a velocidade $\dot{x}(t)$ como segunda variável de estado, pelo fato de uma ser a derivada primeira da outra. Assim é obtida a equação 4:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= x(t) \\ x_2(t) &= \frac{dx(t)}{dt}\end{aligned}\quad (4)$$

Derivando as variáveis de estado, com o fim de adequá-las no modelo apresentado na equação 1. O resultado pode ser visto na equação 5:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{f_v}{M}x_2(t) - \frac{K}{M}x_1(t) + \frac{u(t)}{M}\end{aligned}\quad (5)$$

Com isso, a representação do sistema massa-mola apresentado na figura 2 é obtido. A equação de estados e a equação de saída estão representadas, respectivamente, pelas equações 6 e 7:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{f_v}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u(t) \quad (6)$$

$$y(t) = x_1(t) \quad (7)$$

Nesse caso, vê-se que:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{f_v}{M} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0] \quad \mathbf{D} = 0$$

A representação em espaço de estados de um sistema pode ser descrita pelos parâmetros **A**, **B**, **C**, **D**.

O algoritmo de Kalman usa a representação em espaço de estados como parte de sua definição, portanto é importante estar ciente de que o modelo do sistema no qual o filtro de Kalman irá operar deve ser representado por meio dessas matrizes.

B. Distribuição normal

Para entender o funcionamento do argumento do filtro de Kalman, é necessário também entender o que significa trabalhar com uma distribuição de probabilidades. Quando se tem uma função como $f(t) = t^2$, pode-se facilmente encontrar o valor de $f(t)$ para qualquer instante de tempo t . Quando se trabalha com variáveis aleatórias e probabilidades, não é possível estabelecer uma relação desse tipo, pois uma probabilidade é a chance de ocorrer determinado evento. Aleatoriedade, por sua vez, significa que o valor de uma variável aleatória é determinado a cada resultado de um evento probabilístico, por exemplo escolher uma carta qualquer em um baralho que tenha sido embaralhado corretamente ou jogar um dado. [9] Uma distribuição normal (ou gaussiana) é uma distribuição de probabilidades contínua para uma variável aleatória w . A utilidade da distribuição normal é que pode ser usado para modelar muitos fenômenos observados na natureza, na indústria e até nos negócios. O gráfico desse tipo de distribuição é chamada de curva normal [9]. Na figura 3 pode ser vista uma curva normal:

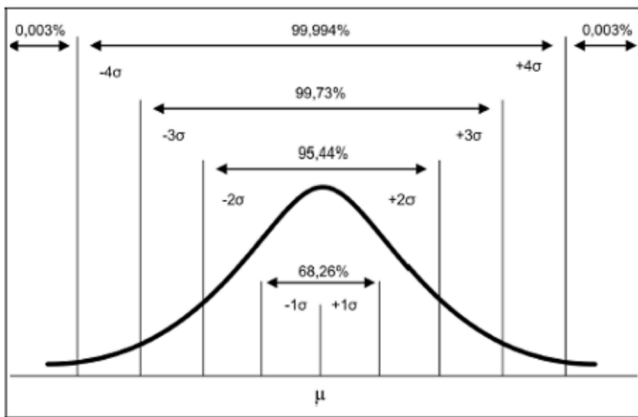


Figura 3: Distribuição normal. Fonte: [10]

Na figura 3, μ representa a média, valor o qual separa a distribuição normal em duas metades simétricas e σ o desvio

padrão. O significado dessa figura em relação à média e o desvio padrão é que 68.26% dos eventos vai ocorrer na região entre $\pm\sigma$.

As incertezas de medida de instrumentos de medição ou nos estados com os quais o algoritmo de Kalman trabalha são distribuídas de acordo com uma distribuição normal de $N(\mu = 0, \sigma^2)$, onde σ^2 é a variância.

Esse tipo de ruído ou incerteza é removido pelo algoritmo de Kalman, resultando em estimativas precisas do estado de um sistema.

C. Filtro de Kalman

Sabe-se que o filtro de Kalman é um algoritmo que produz estimativas de estado de um sistema usando medidas observadas ao longo do tempo, medidas as quais podem ter a presença de incertezas e ruídos, os quais se comportam na forma de uma distribuição normal conhecida. É usado o recurso da recursividade, ou seja, o cálculo do instante anterior é utilizado para realizar a determinação da medida do instante atual. A recursividade contribui na facilidade de implementação desse algoritmo.

Ele pode ser aplicado em diversas áreas do conhecimento, desde as ciências sociais até a computação ou a medicina e, além disso, pode ser implementado de forma simples por meio da recursividade. Isso significa que é usado o cálculo realizado no instante anterior para realizar a determinação da medida do estado atual. [11]

O filtro de Kalman utiliza a representação em espaço de estados e apresenta duas fases no seu funcionamento: predição e atualização. A predição usa a estimativa do estado no tempo anterior para obter uma nova estimativa do tempo atual, sem incluir ainda a informação vinda da medida do sistema. Na fase de atualização o resultado da predição é combinado com a medida atual e a combinação de ambos gera a atualização da estimativa do estado.

Matematicamente, trabalhando com a suposição de que o sistema estimado é linear e que os ruídos (tanto de medição quanto de processo) apresentados seguem uma distribuição gaussiana, o modelo a ser utilizado pelo filtro de Kalman pode ser observado no sistema de equações 8:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{w} \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{v} \end{cases} \quad (8)$$

Os termos \mathbf{w} e \mathbf{v} se referem aos ruídos nos estados e na medição, respectivamente. Esses ruídos se comportam de acordo com uma distribuição normal, portanto essas variáveis são descritas como distribuições normais $N(\mu, \sigma)$. Esses ruídos são acompanhados por suas chamadas matrizes de covariância, que são representadas por \mathbf{Q} e \mathbf{R} . A matriz \mathbf{Q} determina a variância dos ruídos esperados nos estados do sistema, ou seja, determina a confiança que o algoritmo coloca nos estados. Isso significa que $\mathbf{Q} = [0]$ representa confiabilidade completa nos estados do sistema. A matriz \mathbf{R} , por sua vez, recebe a variância do ruído esperado nas saídas do sistema. Há ainda a matriz de covariância do erro de estimação dos dados, \mathbf{P} , que é calculada ao longo do algoritmo, com base na estimativa

inicial fornecida pelo usuário, que geralmente toma forma de matriz identidade.

O filtro de Kalman realiza uma ponderação entre valores obtidos por leituras de sensores e valores calculados por meio do modelo do sistema, sendo assim possível determinar, por meio de uma matriz de ganhos denominada *ganho de Kalman*, qual nível de confiança colocar na medida do sensor ou no valor calculado. Se o ruído na medição é muito grande em relação ao ruído inerente ao processo, o valor estimado estará próximo do valor calculado por meio do modelo do sistema. Se o ruído na medição é menor do que o ruído inerente ao processo, então o valor estimado se aproximará daquele medido pelo sensor. [12]

Para descrever o algoritmo, primeiramente deve-se adaptar o sistema de equações 8 para uma representação discreta do mesmo modelo. O resultado dessa conversão pode ser visto no sistema de equações 9:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k + w_d \\ y_k = C_d x_k + v_d \end{cases} \quad (9)$$

As matrizes A_d , B_d e C_d são versões discretas das matrizes equivalentes apresentadas no sistema de equações 8. Deve ser empregado algum método de discretização, como por exemplo o comando *c2d* do Matlab, para obter essas matrizes na sua forma discreta.

Os passos do algoritmo são apresentados abaixo:

- 1) Iniciar a etapa de predição, que calcula os dados do instante atual, k , a partir das matrizes A_d e B_d e das entradas do sistema no instante atual.

$$\mathbf{x}_k^{\text{pred}} = A_d \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + B_d \mathbf{u}_k$$

- 2) Calcular a matriz de covariâncias do erro de estimação, P_k^{pred} para o instante k .

$$P_k^{\text{pred}} = A_d P_{k-1}^{\text{pred}} A_d^T + Q_d$$

- 3) Etapa de correção: ponderação dos estados preditos no item anterior em relação aos valores lidos pelo sensores, ponderação a qual é realizada pela matriz do ganho de Kalman K_k .

$$K_k = P_k^{\text{pred}} C_d^T (C_d P_k^{\text{pred}} C_d^T + R_d)^{-1}$$

- 4) Estimativa dos estados do sistema:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k^{\text{pred}} + K_k (\mathbf{y}_k - C_d \mathbf{x}_k^{\text{pred}})$$

- 5) Correção da matriz de covariâncias do erro de estimação:

$$P_k = (I - K_k C_d) P_k^{\text{pred}}$$

Em seguida, o primeiro passo e os subsequentes são realizados novamente em uma nova iteração. A figura 4 mostra os estágios do processo na forma de fluxograma:

As incertezas de medida de instrumentos de medição ou nos estados com os quais o algoritmo de Kalman trabalha

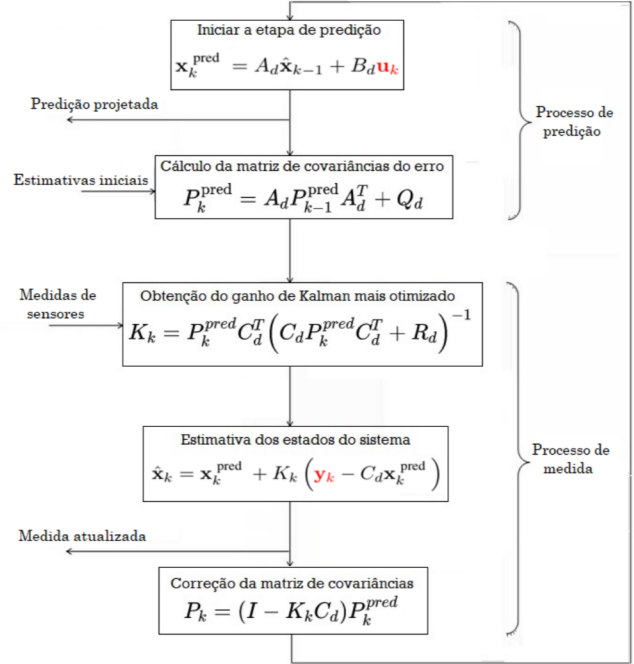


Figura 4: Fluxograma do algoritmo de Kalman. Fonte: adaptado de [13]

são distribuídas de acordo com uma distribuição normal de $N(\mu = 0, \sigma^2)$, onde σ^2 é a variância e μ a média.

Esse tipo de ruído ou incerteza é removido pelo algoritmo de Kalman, resultando em estimativas precisas do estado de um sistema.

D. A evolução do uso das baterias

Uma bateria pode ser definida como um acumulador, transformando energia química em energia elétrica e vice-versa, comumente por meio da reação de oxirredução, e nesse contexto o polo negativo da bateria é denominado o anodo, no qual ocorre a oxidação, e o positivo é denominado o catodo, no qual ocorre a redução. Com isso, os elétrons percorrem no sentido do anodo para o catodo, gerando assim energia elétrica. [14]

Na indústria automotiva, a inovação trazida por meio do uso de baterias começou com a sua introdução em 1912, quando assumiram o papel de substituir a manivela de ignição. Atualmente continuam sendo usadas na tarefa da ignição do veículo bem como para servir como fonte de energia para sistemas auxiliares. [14]

A necessidade do uso das baterias só cresceu desde então, especialmente no século XXI com a difusão dos veículos híbridos e elétricos, agora com as baterias exercendo funções cada vez mais primordiais, como o próprio funcionamento do motor [14]. Dessa mesma forma, os recursos de monitoramento do estado de carga das baterias devem se tornar cada vez mais confiáveis e precisos.

Os processos complexos e não-lineares que ocorrem durante a operação de uma bateria, por exemplo o fluxo de íons, a carga

remanescente, os efeitos da temperatura e da pressão interna, entre outros, dificultam a obtenção de modelos matemáticos das baterias confiáveis por toda a sua vida útil. Estimativas corretas dos dados referentes ao tempo de vida e a carga da bateria são essenciais para o uso ideal das mesmas, de forma a maximizar a sua eficiência e performance, além de agregar confiabilidade às operações que fazem uso de baterias [4].

Na estimação do estado de carga ou saúde de uma bateria, existem imprecisões e ruídos de medição que vem a ter um impacto cada vez maior ao longo dos ciclos sucessivos de carga e descarga da bateria [4].

Para o desenvolvimento do projeto, foi obtido o modelo em espaço de estados de uma bateria chumbo-ácido, o qual será descrito na sessão sobre o desenvolvimento do projeto. Baterias desse tipo são constituídas de dois eletrodos, o primeiro de chumbo esponjoso e o segundo de dióxido de chumbo em pó, estes mergulhados em uma solução de ácido sulfúrico.

O circuito equivalente com dois estágios de circuito RC pode ser utilizado para descrever de forma aproximada o comportamento da bateria de chumbo-ácido. Esse circuito pode ser visto na figura 5.

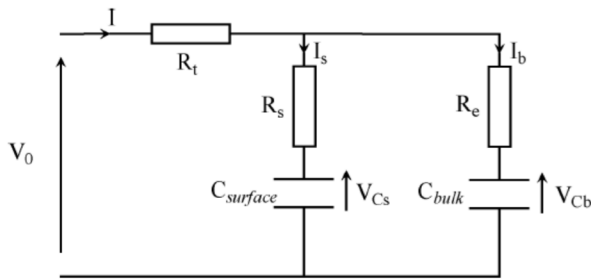


Figura 5: Circuito da bateria chumbo-ácido. Fonte: [4]

Nesse circuito, o capacitor C_{bulk} representa a capacidade da bateria de armazenar carga, enquanto o capacitor $C_{surface}$ modela a capacitância presente na bateria devido ao trânsito de cargas elétricas entre as placas que formam a bateria, a qual pode ser chamada de capacitância de superfície. A resistência R_t representa a resistência no terminal da bateria, R_s a resistência de superfície e R_e a resistência na saída da bateria. Com base nesse circuito foi definido o modelo em espaço de estados que será então utilizado para realizar as simulações.

Adicionalmente, foi consultado o manual da bateria que mais se assemelha ao modelo, e com isso foram realizadas algumas definições que foram utilizadas ao longo do desenvolvimento das simulações, particularmente em relação à estimativa do SoC. [15] A figura 6 apresenta uma reta crescente que pode ser usada nas estimativas do SoC que serão realizadas nas situações, onde os SoCs de 10% e 100% equivalem aproximadamente 1.95V e 2.15V. Esses dois valores serão utilizados para realizar a estimativa do SoC nas simulações.

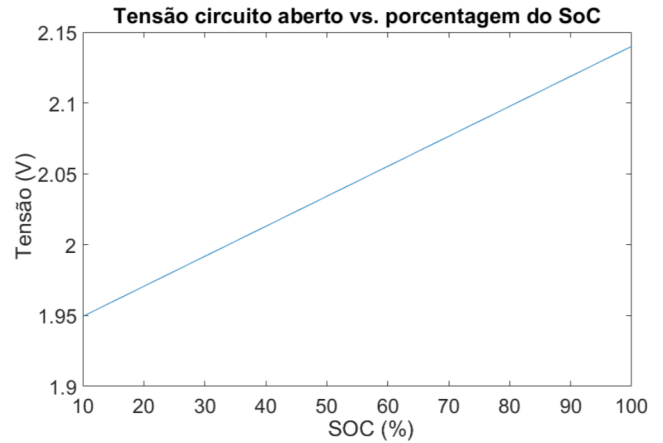


Figura 6: Tensão de circuito aberto Vs. SoC. Fonte: [15]

E. State of Charge (SoC)

Baterias possuem uma série de parâmetros que podem ser usados para informar o usuário sobre o estado de carregamento ou desgaste da bateria. Esses são, respectivamente, o *State of Charge* e o *State of Health* da mesma. A combinação desses dois parâmetros pode então apresentar uma visão geral da qualidade e saúde da bateria, porém esse trabalho dá enfoque ao SoC.

O estado da carga da bateria trata-se da carga restante presente na mesma, representada como uma porcentagem da carga nominal. A equação que determina o SoC está descrita abaixo:

$$\text{SoC} = \frac{Q_{Atual}}{Q_{Nominal}} \quad (10)$$

Para a realização da medição do estado de carga, existem vários métodos, cada um com suas vantagens e desvantagens. A técnica de *charge counting* (contagem de carga) ou integração da corrente são atualmente as mais utilizadas. Esses métodos requerem a medição dinâmica da corrente da bateria, a integração no tempo da qual deve proporcionar uma indicação direta do estado de carga, porém esse é um dos métodos que apresentam o chamado *drift* ou erro de medição ao longo do tempo, requerendo então ações de recalibração ou descarga e recarga total para corrigi-los [4].

Um filtro de Kalman pode ser usado para realizar a estimação do SoC por meio do monitoramento em tempo real da tensão de saída da bateria. Esse método de observação irá compensar as imprecisões geradas ao longo do tempo pelo acúmulo de erro que ocorre no método da integração da corrente.

III. DESENVOLVIMENTO

Será feita a utilização do algoritmo de Kalman na simulação de subsequentes carregamentos e descarregamentos de uma bateria de chumbo-ácido, a qual será descrita a seguir. Serão aplicados ruídos na tensão e corrente de entrada, simulando então uma situação muito comum em aplicações reais. A saída

do algoritmo, que descreve o SoC da bateria, será estimada pelo filtro de Kalman. É esperado que a medida via Kalman seja confiável, tendo sido realizada a remoção dos ruídos de entrada e uma estimativa precisa da tensão de saída da bateria. O filtro de Kalman inclusive é imune ao fenômeno do *drift* que ocorre por métodos convencionais de medição do SoC.

A. Modelo em espaço de estados da bateria

O modelo utilizado para as simulações foi extraído de [4], cujo objetivo foi similar: de utilizar observadores não-lineares para realizar a predição do SoC e do SoH de baterias de chumbo-ácido. Para a aplicação proposta, um ruído branco é adicionado como erro de medida na tensão da bateria, e a estimativa do SoC utilizando a medida filtrada e não filtrada é comparada. Os cálculos necessários para obtenção do modelo e sua subsequente discretização podem ser consultados na fonte citada.

Esse trabalho visa validar o funcionamento do algoritmo de Kalman e realizar a determinação do SoC por meio desse recurso, aplicando na entrada do sistema um ruído, que deve ser removido da saída do sistema por meio do filtro de Kalman. É apresentada então uma estimativa viável da tensão de saída da bateria.

O modelo em espaço de estados da bateria escolhida pode ser visto na equação 11:

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_c}{C_{\text{bulk}}(R_e + R_s)} & \frac{T_c}{C_{\text{bulk}}(R_e + R_s)} & 0 \\ \frac{T_c}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)} & 1 - \frac{T_c}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)} & 0 \\ A_d(3,1) & 0 & A_d(3,3) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \frac{T_c R_s}{C_{\text{bulk}}(R_e + R_s)} \\ \frac{T_c R_e}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)} \\ \frac{T_c R_e^2}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)^2} - \frac{T_c R_s R_t}{C_{\text{bulk}} R_e (R_e + R_s)} \\ + \frac{T_c R_t}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)} + \frac{T_c R_e R_s}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)^2} \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} V_{cb} \\ V_{cs} \\ V_o \end{bmatrix} \quad (11)$$

Onde:

$$A_d(3,1) = -\frac{T_c R_s}{C_{\text{bulk}}(R_e + R_s)^2} + \frac{T_c R_e}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)^2}$$

$$- \frac{T_c R_s^2}{C_{\text{bulk}} R_e (R_e + R_s)^2} + \frac{T_c R_s}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)^2}$$

$$A_d(3,3) = 1 + \frac{T_c R_s}{C_{\text{bulk}} R_e (R_e + R_s)} - \frac{T_c}{C_{\text{surface}}(R_e + R_s)}$$

O uso desse modelo permitiu a realização das simulações subsequentes, que descrevem a tensão de saída da bateria em ciclos recorrentes de carga e descarga. Foi realizada uma comparação entre o valor real e a medida obtida por meio do algoritmo de Kalman. Os valores dos componentes referentes ao modelo podem ser vistos abaixo:

$$R_e = 0.00375\Omega$$

$$R_s = 0.00375\Omega$$

$$R_t = 0.002745\Omega$$

$$C_{\text{bulk}} = 88,37283kF$$

$$C_{\text{surface}} = 82.11F$$

Adicionalmente, o valor de referência aplicado na entrada do sistema será uma corrente de $I = 1,53A$.

A equação 12 expõe o modelo calculado após a definição do valor dos componentes do circuito:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{cb}(k) \\ \dot{V}_{cs}(k) \\ \dot{V}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9993 & 0.0007455 & 0 \\ 0.8024 & 0.1976 & 0 \\ 0.8021 & 0.0004481 & 0.1974 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{cb}(t) \\ V_{cs}(t) \\ V_o(t) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.000008515 \\ 0.003015 \\ 0.005219 \end{bmatrix} \cdot u(k) \quad (12)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{cb}(t) \\ V_{cs}(t) \\ V_o(t) \end{bmatrix}$$

B. Ruído aplicado ao sistema

Para que o algoritmo de Kalman realize a predição do valor da saída do sistema, um ruído foi aplicado e adicionado à tensão V_o , ou seja, o SoC da bateria. Para funcionamento correto do algoritmo de Kalman, esse ruído deve possuir configuração gaussiana $N(0, \sigma^2)$, sendo que o ruído aplicado ao sistema possui desvio padrão $\sigma = 0,01$, o qual pode ser visualizado na figura 7.

A intensidade do ruído foi determinada com base nos valores de saída esperados da bateria, considerando que com desvio padrão de 0,01 já é possível ocorrer um erro significativo nos casos mais extremos.

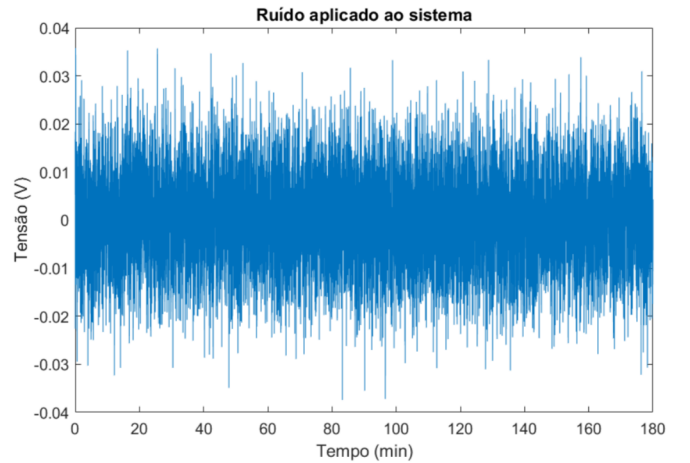


Figura 7: caracterização do ruído aplicado ao sistema. Fonte: [4]

C. Modelagem dos parâmetros do filtro

A seleção das matrizes de covariância \mathbf{Q} , \mathbf{P} e \mathbf{R} determina o comportamento do filtro em relação a confiabilidade do

modelo matemático que está sendo utilizado. A primeira determina o quanto o filtro confia na modelagem do sistema, ou seja, nos seus estados. A matriz \mathbf{Q} foi selecionada com base na convergência do ruído que atinge cada estado, possuindo então os valores mostrados na equação 13:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (13)$$

A segunda é a matriz de covariância do erro de estimação dos dados, \mathbf{P} , sendo essa uma representação da precisão estimada da estimação dos estados. Por padrão essa matriz tende a possuir uma configuração de matriz identidade, porém foram utilizados valores customizados para garantir uma convergência mais rápida do filtro de Kalman, como mostrado na equação 14.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (14)$$

A terceira matriz, \mathbf{R} , determina a variância esperada do ruído que está sendo aplicado na saída do sistema, e é determinada com base no ruído que será aplicado. Sendo assim, tendo conhecimento que o ruído aplicado no sistema possui perfil gaussiano $N(0, 01)$, então foi escolhido um valor que seja bem superior ao desvio padrão do ruído para garantir rápida convergência:

$$\mathbf{R} = [10]$$

Sendo que o sistema possui apenas um valor de saída a ser monitorado, sendo esse o SoC da bateria, então a matriz \mathbf{R} possui dimensão 1×1 .

IV. RESULTADOS

Nessa seção, serão apresentados os gráficos gerados por meio das simulações, sendo destacado o ponto principal, que é a performance do filtro de Kalman em realizar a remoção do ruído que foi aplicado ao sistema. Será simulado um ciclo de carga e um ciclo de descarga, sendo destacada a diferença entre o valor real e o estimado da tensão de saída. As simulações foram realizadas via Matlab, e o código desenvolvido pode ser consultado no *Github* [16]. Foi considerando um valor na entrada do sistema de corrente $I = 1,53A$, sendo considerada essa corrente positiva para o ciclo de carga ou negativa para o ciclo de descarga.

A. Simulação do ciclo de descarga

Foi utilizado o modelo discretizado da bateria chumbo-ácido anteriormente descrito para simular um ciclo de descarga de três horas de duração. O ruído é aplicado diretamente na tensão de saída V_0 da bateria, e o filtro de Kalman atua sob esse valor utilizando as matrizes dos estados do sistema, além de suas próprias matrizes de covariâncias, para realizar uma estimativa do valor real da saída. Foi considerado um valor de SoC inicial de $2.12V$, ou seja, 95% do SoC da bateria.

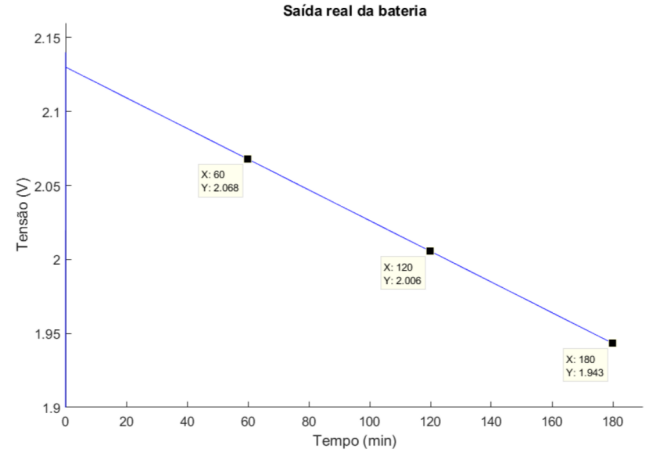


Figura 8: Curva simulada da descarga da bateria

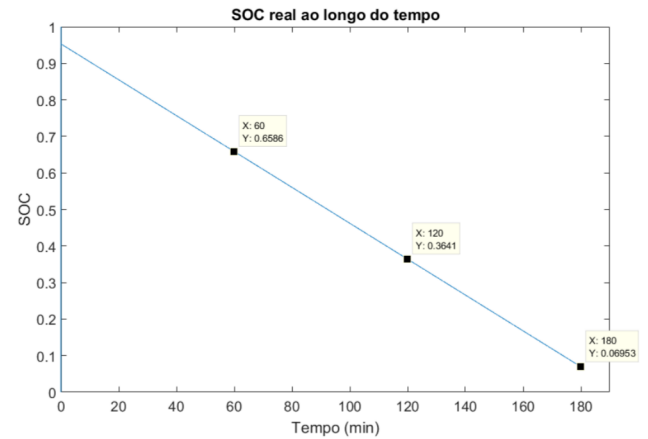


Figura 9: SoC real ao longo da descarga da bateria

As figuras 8 e 9 destacam os valores reais esperados ao longo do processo de descarga da bateria, saindo do valor de $2.12V$, chegando a $1.943V$ ou 6,95% do SoC após o período de 3 horas.

Efetivamente aplicado o ruído anteriormente descrito na saída do modelo, ou seja, a tensão de circuito aberto V_0 da bateria, e em seguida alimentando o algoritmo de Kalman com esse valor ruidoso da saída, o filtro então atua utilizando os dados que o mesmo possui do modelo matemático da bateria, além do valor da saída das iterações anteriores e suas matrizes de covariância para estimar o valor de saída.

O resultado dessa simulação pode ser visto na figura 10, onde podemos ver ambos o valor do SoC estimado pelo filtro de Kalman (vermelho) e o SoC que seria calculado se o algoritmo não tivesse sido aplicado (azul).

É possível então comparar o SoC real com aquele estimado por meio do filtro de Kalman. Nos instantes de tempo $t = 60min$, $t = 120min$ e $t = 180min$, consta na figura 9 os valores reais do SoC de 65,86%, 36,41% e 6,95%, respectivamente. Obtendo os valores estimados nos mesmos instantes de tempo, os quais estão contidos na figura 10, é

possível observar os resultados de 70, 76%, 41, 10% e 11, 79%, respectivamente.

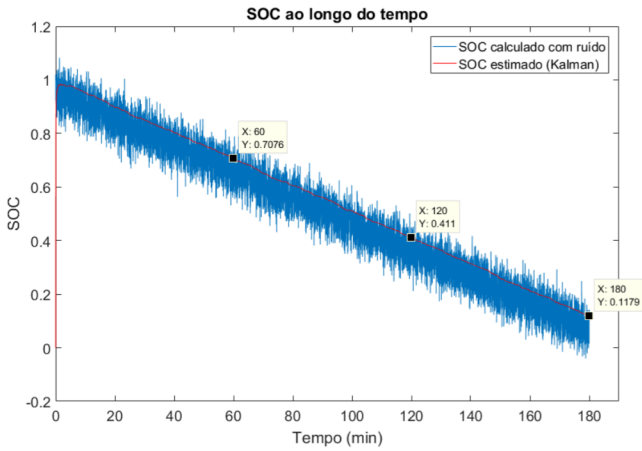


Figura 10: SoC estimado e ruidoso

Isso mostra que, apesar do filtro não conseguir estimar um SoC perfeitamente igual ao valor real, é realizada uma estimativa suficientemente próxima do mesmo para que seja possível utilizar esse recurso numa aplicação real, isso considerando que o ruído aplicado ao sistema foi significativo em relação à saída real do sistema.

B. Simulação do ciclo de carga

Novamente, o modelo anteriormente descrito foi utilizado para simular um ciclo, dessa vez de carga, com a duração de três horas. Novamente, foi aplicado um ruído e no final aplicado o algoritmo de Kalman para que seja realizada uma predição do valor real da saída.

Inicialmente, pode-se observar os valores reais da tensão de saída, em termos de tensão e SoC, nas figuras 11 e 12, considerando que o SoC inicial considerado foi de 10%, ou seja, 1.95V.

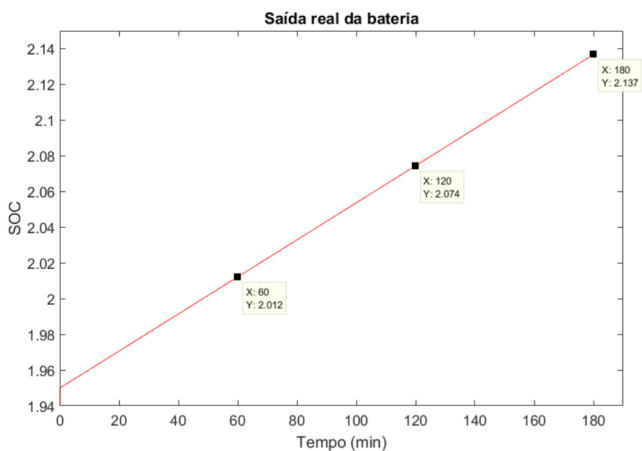


Figura 11: Curva simulada da carga da bateria

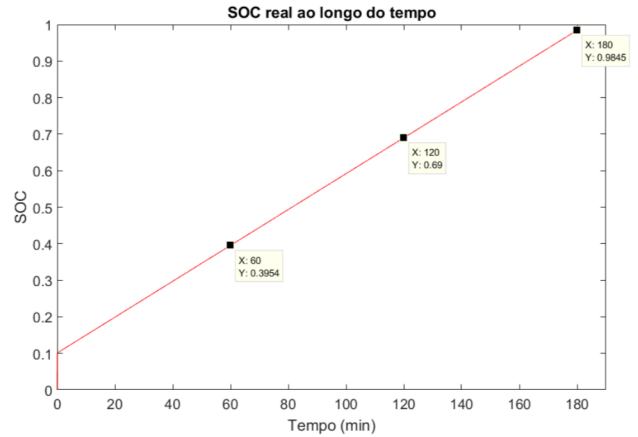


Figura 12: SoC real ao longo da descarga da bateria

Pelas figuras 11 e 12 podem ser observados os valores reais de tensão e SoC no decorrer do processo de carga da bateria, iniciando no valor de 1.95V, ou 10,00% do SoC, finalizando a carga no valor de 98,45% do SoC, ou seja, 2.137V.

Novamente foram analisados os instantes de tempo $t = 60min$, $t = 120min$ e $t = 180min$. Na figura 12 os valores reais do SoC de 39,54%, 69,00% e 98,45% podem ser observados. Podem realmente ser comparados esses números com os valores estimados nos mesmos instantes de tempo, os quais estão contidos na figura 13. Foram então obtidos os valores de 35,16%, 64,12% e 94,10% do SoC, respectivamente.

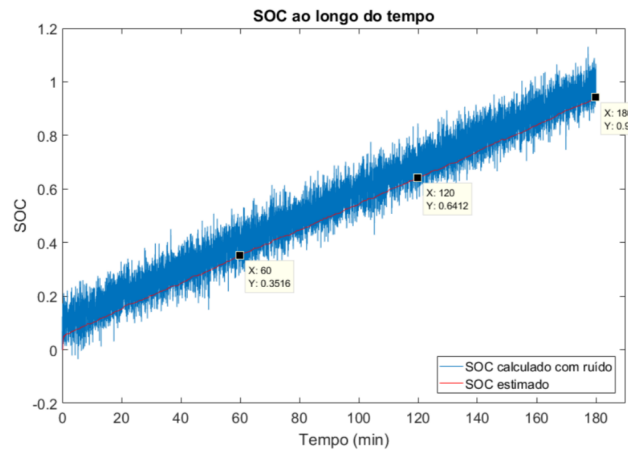


Figura 13: SoC estimado e ruidoso

Novamente pôde ser observado um SoC estimado próximo ao real, de forma que essa medida seja útil e possa ser utilizadas em aplicações reais.

V. CONCLUSÕES

Ao longo desse trabalho foi estudado o funcionamento do filtro de Kalman e o mesmo então aplicado no modelo de uma bateria chumb-ácido, sendo que foi aplicado um ruído na saída do modelo da bateria para que seja efetivada a ação de filtragem do algoritmo de Kalman. Foi realizado esse processo

para duas situações distintas: um ciclo de carga e um ciclo de descarga da bateria.

Tendo comprovado que o algoritmo em questão realmente funciona com boa eficácia, vale observar também quais são os fatores limitantes que afetam o uso dessa ferramenta. Em seguida estão listadas alguns fatores que dificultam, ou até inviabilizam, o uso do filtro de Kalman dependendo do projeto no qual se deseja empregá-lo:

- Deve-se conhecer a modelagem matemática do sistema em espaço de estados. Nem sempre é possível obter esse modelo.
- É necessário conhecer o perfil dos ruídos envolvidos no sistema, tanto inerentes aos estados como também o ruído de medição da saída.
- Os cálculos realizados ao longo do processo podem ser complexos dependendo da modelagem do sistema, sendo necessário calcular a inversa de uma matriz $n \times n$, na qual n é igual ao número de variáveis de estado do sistema. Podem ocorrer erros de convergência desse cálculo dependendo do dispositivo a ser utilizado e valores muito grandes de n .
- Custo computacional excedendo as capacidades do dispositivo utilizado em sistemas de ordens superiores.

O algoritmo de Kalman pode potencialmente resolver problemas encontrados em projetos na área de controle, porém devido aos fatores descritos acima, deve-se avaliar cuidadosamente se é possível implementá-lo.

Foram encontradas dificuldades durante o desenvolvimento desse trabalho, particularmente em relação à restrição de ida presencial ao campus, as quais impossibilitaram a realização da proposta original do mesmo, que era realizar o teste do algoritmo num sistema físico. Essa proposta fica como sugestão de projeto futuro envolvendo o filtro de Kalman.

O código em Matlab resultante desse trabalho será utilizado nas aulas de Sistemas de Controle II no IFRS Campus Farroupilha para o curso de Engenharia de Controle e Automação, e desempenhará o papel de apresentar o conceitos referentes ao filtro de Kalman aos alunos de forma intuitiva. O texto resultante do trabalho também poderá ser usado como referência para professores dessa área, pois um dos objetivos do mesmo foi apresentar essas informações com linguagem simples e de forma didática para o aluno conseguir fazer a absorção desse conteúdo.

REFERÊNCIAS

- [1] G. D. Luciano Cyrne, Caio Márcio Souza and P. H. Meireles, "Sistema de monitoramento de baterias," in *Simpósio Internacional de Engenharia Automotiva*, FCA – Fiat Chrysler Automobiles. Blucher Engineering Proceedings, 2015.
- [2] A. Lievre *et al.*, "Luenberger observer for soc determination of lithium-ion cells in mild hybrid vehicles, compared to a kalman filter," in *International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, 2015.
- [3] M. M. Cerqueira, "Observadores de estados para sistemas de medição indireta e controle rlq-d-ga," Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Maranhão, Universidade Federal do Maranhão, UFMA, Brasil, 2010.
- [4] B. Bhangu *et al.*, "Nonlinear observers for predicting state-of-charge and state-of-health of lead-acid batteries for hybrid-electric vehicles," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 54, no. 3, pp. 783 – 794, 2005.
- [5] G. Welch and G. Bishop, "An introduction to the kalman filter," 1997.
- [6] K. M. Hangos, R. Lakner, and M. Gerzson, *Intelligent control systems: An introduction with examples*, 5th ed. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [7] N. S. Nise, *Engenharia de Sistemas de Controle*, 3rd ed. R. Ana Guimarães, 92 - Rocha, Rio de Janeiro - RJ, 20960-040: LTC, 2002.
- [8] K. Ogata, *System Dynamics*, 4th ed. 80 Strand, London WC2R 0RL: Pearson, 2003.
- [9] R. Larson and B. Farber, *Elementary Statistics: picturing the world*, 5th ed. 80 Strand, London WC2R 0RL: Pearson, 2012.
- [10] P. Action. (2019) Distribuição normal. [Online]. Available: <http://www.portalaaction.com.br/probabilidades/62-distribuicao-normal>
- [11] F. da Luz Francisco and G. Barreto, "Desenvolvimento de um software para pós - processamento de curvas i-v de dispositivos fotovoltaicos," in *Anais do XLII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia da UFJF*, Associação Brasileira de Educação em Engenharia. ABENGE, 2014.
- [12] A. W. Neto, "Estudo de filtros de kalman aplicados a estimação de estados em um processo de quatro tanques," Campus Universitário Darcy Ribeiro, s/n, UnB, Brasília - DF, 2017.
- [13] L. C. Hun, O. L. Yeng, L. T. Sze, and K. V. Chet, "Kalman filtering and its real-time applications," *Web of Science™Core Collection (BKCI)*, p. 25, 2016.
- [14] S. G. d. V. Bernardo Hauch Ribeiro de Castro, Daniel Chiari Barros, "Baterias automotivas: panorama da indústria no brasil, as novas tecnologias e como os veículos elétricos podem transformar o mercado global," *IBNDES Setorial* 37, vol. 37, pp. 443 – 496, 2013.
- [15] H. E. P. Inc., *CYCLON APPLICATION MANUAL*, 2nd ed., Hawker Energy Products Inc., 617 North Ridgeview Drive, Warrensburg, Missouri 64093-9301, USA, 1997.
- [16] O. V. Farinon. (2021) Código do projeto do tcc 2. [Online]. Available: https://github.com/ovfarinon/kalman_filter_battery_model