INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL

***Campus* Ibirubá**

SIMONE BOHRZ BENINI

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE CONCEITOS DA TRIGONOMETRIA

Ibirubá

2021

SIMONE BOHRZ BENINI

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE CONCEITOS DA TRIGONOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática apresentado ao Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Campus Ibirubá, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Me. Mônica Giacomini

Ibirubá

2021

SIMONE BOHRZ BENINI

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE CONCEITOS DA TRIGONOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática apresentado ao Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Campus Ibirubá, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Me. Mônica Giacomini

Aprovada em ______de___________________de__________.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof.ª Me. Mônica Giacomini

____

Prof.ª Me. Fernanda Schneider

____

Prof.ª Me. Ana Paula Trautmann

Dedico este trabalho ao meu esposo e meus filhos, pela paciência e compreensão nesta jornada, e a todos meus familiares e amigos que me apoiaram, estiveram ao meu lado e fizeram parte dessa caminhada.

AGRADECIMENTOS

Ao longo desse período de muito aprendizado, dedicação e esforço agradeço infinitamente a Deus por ter me dado à vida, por se fazer presente a todo instante, por me fazer perseverante e dotada de força de vontade para nunca desistir diante das adversidades.

A todos os meus professores do curso, pela dedicação, pelo carinho, pelo afeto, pela amizade, pelo incentivo e pelo aprendizado, com toda certeza cada um teve a sua contribuição na minha formação.

À professora Mônica Giacomini, minha orientadora e exemplo profissional, sempre atenciosa e comprometida com a qualidade do trabalho, por ter acreditado que eu era capaz e por ter orientado com tanta gentileza e competência os rumos desta pesquisa.

Agradeço ao meu esposo Amarildo e meus filhos Lucas e Luiza que sempre foram bons motivos para prosseguir em busca de novas conquistas, pela paciência em momentos difíceis, pela compreensão em minhas ausências e sempre demonstrando amor e dedicação em todos os momentos.

Enfim a todos obrigada por se fazerem presentes em minha jornada acadêmica e em minha vida. Aos familiares e amigos, pelo carinho e apoio, quero agradecer dividindo este momento especial.

RESUMO

O ensino da matemática sempre foi um desafio para muitos professores e o seu aprendizado apresenta baixo desempenho para uma parte dos alunos. A matemática desempenha papel decisivo no desenvolvimento do aluno e funciona como instrumento essencial para a construção do conhecimento em outras áreas. A falsa ideia de que nada mais há que se fazer dentro da matemática e os conteúdos estão prontos e acabados limita o aprendizado desta ciência. Com o objetivo de buscar uma aprendizagem significativa de alguns conceitos da trigonometria no ensino médio, este trabalho apresenta uma proposta de aula diferenciada com algumas atividades práticas, pois trata de um tema no qual há várias aplicações no cotidiano, e por acreditar que a trigonometria precisa estar integrado a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, e assim vincular o fato dos alunos perceberem sua importância, seu uso e sua finalidade. Os conteúdos abordados durante esta pesquisa foram: Semelhança de Triângulos; Razão e Proporção; Teorema de Pitágoras; Razões Trigonométricas (seno, cosseno e a tangente) e o Círculo Trigonométrico. A pesquisa foi realizada em uma turma do 2º ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do IFRS na cidade de Ibirubá/RS. O trabalho caracterizou-se como estudo de caso qualitativo em relação aos procedimentos de coleta de dados e análise e como exploratório, descritivo e interpretativo em relação aos objetivos propostos. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram questionários, construção e manipulação de matérias concretos, resolução de problemas. A intenção foi o de avaliar se os experimentos com o material concreto: medidor de distância, altura do poste, régua trigonométrica, teodolito surtiram significado na aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa, trigonometria, material concreto.

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Desenvolver maneiras de inovar o ensino da matemática, motivou a construção de uma metodologia mais voltada à aprendizagem significativa, que possa ser ensinada na perspectiva de quem aprende, mostrando a importância dessa ciência na formação de qualquer indivíduo, além de estar presente em quase todas as atividades do seu cotidiano.

O tema escolhido para essa pesquisa é a aprendizagem significativa de conceitos da trigonometria. No planejamento foram elaboradas atividades de modo que torne o ensino da matemática contextualizada e aplicada, para uma turma de alunos do 2° ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal do Rio Grande do Sul, na cidade de Ibirubá RS. Sustentada nas teorias de aprendizagem de Ausubel (2003), Piaget (2013) e Vygotsky (1991), que forneceram instrumentos para analisar e refletir sobre como o aluno aprende.

Definimos esta pesquisa como qualitativa quanto a sua abordagem, exploratória quanto aos seus objetivos e a análise foi interpretativa e descritiva. Nos desafiamos a investigar se o material concreto auxilia os alunos a construírem uma aprendizagem significativa em trigonometria? Analisamos a eficácia do uso de recursos e metodologias em uma dinâmica de ensino diferenciada, apresentada aos alunos em momentos síncronos e assíncronos, com aulas expositivas dialogadas, vídeos produzidos pela pesquisadora propondo a construção do material concreto, resolução de problemas e fatos históricos da trigonometria explorando a sua importância no desenvolvimento da própria matemática, problematizando e contextualizando, de forma com que o aluno desperte curiosidade pela aprendizagem tornando-a mais significativa.

O objetivo principal da pesquisa foi analisar se o material concreto auxilia os alunos a construírem uma aprendizagem significativa, buscando melhorar o ensino e aprendizagem da trigonometria. Para isso traçamos objetivos específicos bem determinados: desafiar os alunos, a interpretar, criticar, questionar, discordar e propor soluções nos resultados obtidos durante os experimentos realizados e nos problemas resolvidos nos momentos síncronos; avaliar se os experimentos com o material concreto, medidor de distância, altura do poste, a régua trigonométrica e o teodolito surtiram maior significado na aprendizagem e na construção dos conceitos dos alunos; identificar quais as adaptações (melhorias) serão necessárias nos materiais utilizados nas aulas práticas, para o melhor aproveitamento do recurso e refletir sobre a aprendizagem significativa e o contexto da sala de aula.

A justificativa no capítulo 1 deste trabalho descreve a escolha do tema que surgiu após questionamentos, observações e a constatação da dificuldade que os alunos apresentam na disciplina de matemática por ser considerada uma disciplina difícil de ser compreendida.

O capítulo 2 apresenta uma pesquisa acerca dos estudos sobre a importância da matemática como componente curricular e como ciência útil na vida do ser humano, publicadas em revistas especializadas da área, artigos científicos e documentos que norteiam a educação matemática. Expõem algumas considerações sobre o saber matemática e aprender matemática e a necessidade de mudar a concepção de “dar aula” e amenizar as dificuldades no ensino/aprendizagem desta disciplina.

O capítulo 3 busca fazer uma abordagem teórica que dão sustentação a pesquisa, baseando-se em pesquisadores com experiências e teóricos que fundamentam uma filosofia cognitiva da construção do conhecimento. Além de uma breve introdução a respeito do cognitivismo tendo como principal teórico deste modelo Jean Piaget, o qual desenvolveu a teoria da epistemologia genética, a aprendizagem significativa de David Ausubel e o sociointeracionista de Lev Vygotsky.

No capítulo 4 traz algumas definições sobre o que possa ser o material concreto e a importância para a aprendizagem significativa dos alunos. Assim como também alguns cuidados e bons planejamentos no uso destes recursos. Na sequência apresentamos no capítulo 5 a importância do ensino da trigonometria no ensino médio que seja conectada ao cotidiano do aluno e priorize as aplicações práticas. Trazemos também algumas considerações sobre o uso da história da matemática. E veremos dois personagens importantes para a história da trigonometria, Tales de Mileto e Erastóstenes.

O capítulo 6 apresentamos a metodologia usada para a implementação da pesquisa, os objetivos dos dois questionários: diagnósticos e final e o planejamento das atividades propostas durante os momentos síncronos e assíncronos. Na sequência, descrevemos os experimentos realizados, expondo os materiais e a sua respectiva construção, detalhando, ainda os objetivos e procedimentos de cada uma das atividades implementadas.

O capítulo 7 apresentamos uma análise descritiva e interpretativa de todas as etapas de implementação e apresenta a discussões dos resultados a partir da fundamentação teórica adotada, os resultados relevantes da nossa pesquisa, aspectos positivos e negativos do processo de implementação, as discussões dos questionários, das atividades práticas e as conclusões dos alunos acerca da prática pedagógica, com os resultados descritos de forma quantitativa e qualitativa.

Por fim, algumas considerações finais, as referências utilizadas, os apêndices apresentam todos os materiais que foram utilizados e/ou construídos durante o processo de implementação e no decorrer deste trabalho.

1. JUSTIFICATIVA

Aprender matemática não é tarefa fácil, diante disto, a necessidade de se pensar e criar maneiras de ensinar ou desenvolver o conhecimento matemático é notório, como explica Spinillo “essa é uma questão bastante desafiadora porque o sentido de número, é uma habilidade, portanto, não pode ser ensinada, mas precisa ser desenvolvida” (*apud* ANTUNES, 2016, p.1). Para que o conhecimento possa se efetivar de forma significativa é preciso entender como o indivíduo aprende, e, assim, contribuir na construção do conhecimento. Na aprendizagem matemática certamente há necessidade de variar a prática educativa.

Trabalhar os conteúdos matemáticos apenas para memorização ou que visem o sucesso nos instrumentos de avaliação, como provas, é muito pouco quando se pretende uma aprendizagem significativa. No entanto, os conteúdos devem ser trabalhados com o objetivo de desenvolver habilidades que possibilitem a utilização de conhecimentos para alguma finalidade, como por exemplo, resolver problemas dentro e fora da escola, buscando a educação integral.

Para parte dos alunos, a disciplina de matemática parece ser “um monte de fórmulas”, nesse sentido, é preciso levá-los a perceber que a matemática tem muitas aplicações práticas no dia a dia. Nesse contexto, o conteúdo de trigonometria é parte importante da matemática e resolve inúmeros problemas oriundos das necessidades humanas, como calcular distâncias inacessíveis, a altura de uma torre, a altura de uma pirâmide, distância entre duas ilhas, o raio da terra, largura de um rio, entre outras. Ela é uma área do conhecimento que envolve inúmeros conceitos próprios e leis trigonométricas.

Segundo D’Ambrósio (2005), a matemática ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor e deve ser útil para a vida e para o trabalho. Cada vez mais, a vida moderna exige mais habilidades, seja na vida profissional, social ou pessoal. É, portanto, fundamental promover ações que desenvolvam no aluno a capacidade de compreender, resolver problemas e criar soluções, trabalhar em equipe, exercitar a curiosidade, a reflexão, a análise crítica, a imaginação, a criatividade, a investigar e elaborar hipóteses. O material concreto pode auxiliar no desenvolvimento de tais habilidades e na compreensão de que o saber matemático não é unicamente conhecer as fórmulas, as demonstrações, mas relacionar o conhecimento adquirido nas aulas com situações reais, e aplicando-o na vida cotidiana. Desafiar os alunos a interpretarem, a criticarem, a questionarem, a discordarem e a proporem soluções nos resultados obtidos durante os experimentos realizados oferece oportunidades de crescimento, buscando proporcionar uma aprendizagem significativa aos conceitos da trigonometria, e de evolução, ao professor também.

Para o professor estar em sala de aula, é necessário ter um bom planejamento das aulas, conhecer o seu aluno, aplicar estratégias de ensino, desafiantes muitas vezes, recorrer a uma variedade de novos recursos, usar da criatividade, e ainda vencer os conteúdos programados para o ano letivo, a fim de que o aluno supere suas limitações e construa seu conhecimento e juntos alcancem os objetivos traçados. Mas nenhum material didático ou tecnológico substitui o querer aprender e as reflexões que o aluno precisa construir sobre as ações e os significados que a experiência poderá proporcionar.

Causa-me tristeza saber que a imagem da disciplina não é muito positiva, muitos alunos não gostam da matemática por considerar difícil e muitas vezes não veem sentido no estudo de alguns conteúdos. É importante e necessário sempre pensar em novas formas de ensinar e de aprender, com dedicação e compromisso. Concordo com Lorenzato quando diz "é importante desmistificar a matemática e, para tanto, é primordial que seu ensino seja simples e fácil e sua aprendizagem sempre com compreensão" (2010, p. 118). Pois alunos motivados, curiosos e interessados nos conteúdos ministrados avançam mais, atribuem significado ao que é aprendido e favorecem as trocas na prática educativa.

A partir do exposto e com o desejo de contribuir para que a prática pedagógica do professor de matemática torne-se mais dinâmica e produtiva, justificamos a escolha do tema desta pesquisa em aprendizagem significativa de conceitos da trigonometria, desenvolvendo algumas atividades práticas com o material concreto. As atividades pensadas serão: medidor de distância, altura do poste, régua trigonométrica e o teodolito.

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA

É difícil definir o que é matemática, e cada definição não pode expressar o significado completo dessa ciência. Conforme Guelli (1997, p. 28), "o nome matemática, que significa 'tudo que se aprende', foi criado por Pitágoras e seus discípulos". O homem, ao longo de sua história, utilizou a matemática como ferramenta para dar forma as suas ideias, as suas curiosidades como os fenômenos da natureza, a astronomia e a astrologia e as suas necessidades de sobrevivência, para Pontes (2019, p. 182) “as origens da matemática perdem-se no tempo. Matemática é uma palavra que tem origem na palavra grega *‘máthema*’ que significa ciência, conhecimento ou aprendizagem”.

Recorremos ao conhecimento matemático a todo instante, usamos nas operações básicas, nas formas, medidas, no mundo das tecnologias que, aliás, sua evolução só é possível através do conhecimento matemático. Ela está ligada a várias áreas do conhecimento como Química, Física, Biologia, Administração, Contabilidade, Economia, Finanças, entre outras. De acordo com o PCN da matemática - Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática – a importância da matemática está no fato de que,

> a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimento em outras áreas curriculares (BRASIL, 1997, p. 15).

A matemática é crucial para o desenvolvimento da humanidade. É considerada como a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, em razão dos problemas e das necessidades enfrentadas ao longo da história. A matemática constitui-se em:

> Uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural (D’AMBROSIO, 2009, p.7).

A disciplina de matemática, hoje em dia, apresenta-se diferente do que quando foi criada. Não é mais um mero domínio de técnicas e habilidades, nem de memorização de conteúdo, mas uma relação entre corpo e mente, matéria e espírito, saber e fazer:

> A matemática é uma das mais importantes “ferramentas” para a humanidade e, sem ela, o homem jamais seria capaz de sair das cavernas para tempos depois, inventar o computador e viajar pelos espaços siderais. Portanto, ensinar matemática, é ensinar a viver, é capacitar o aluno a perceber o seu próprio corpo no espaço físico, estabelecendo relações de semelhança e diferenças e deslocando-se com segurança em diferentes direções (SELBACH, 2010, p. 39).

Para o Ministério da Educação, o ensino da matemática contribui para a formação plena do aluno como cidadão crítico, autônomo e participativo da sociedade em que está inserida. A matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Nesse sentido, o PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – quando se refere ao conhecimento matemático, explana:

> Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL,1999, p.40).

Desde os primeiros anos de escolaridade, a matemática e a linguagem natural fazem parte do currículo escolar como disciplinas básicas. A epigrama do poeta francês Jean Cocteau[1] (1889-1963), diz: “A poesia é indispensável. Se eu ao menos soubesse para quê...”, algo análogo poderia ser comparado com o ensino da matemática nas escolas, muitas vezes falta clareza quanto ao seu papel. Existe um consenso de que o ensino da matemática é indispensável e sem ela não existiria a alfabetização. Sabe-se que ela é importante, indispensável, mas é preciso dar sentido ao seu aprendizado, pois para a maioria dos alunos parece que a disciplina não está conectada com a vida real.

O ensino adotado pelo professor é determinante para o desempenho de seus alunos, tanto cognitivamente como a relação afetiva estabelecida entre ambos. A matemática deve responder aos "porquês" de quem quer aprender, mostrar uma utilização do que está sendo estudado, educar para o exercício da cidadania, justificando, assim, a importância e o status que está disciplina possui nos currículos das escolas:

> A matemática precisa ser ensinada como instrumento para a interpretação do mundo nos seus diversos contextos. Isso é formar para a criticidade, para a indignação, para a cidadania não para a memorização, para alienação, para exclusão (ROCHA, 2001, p.30).

A matemática é uma disciplina instigante e desafiadora para os pesquisadores da ciência, mas infelizmente pela maioria dos alunos não é vista dessa forma. Muitos questionam a importância da matemática e indagam os professores com suas clássicas perguntas: “Para que preciso saber isso?”, “Eu nunca vou usar isso?" Ou afirmando que: “não vou seguir uma profissão que faça uso da matemática”. Isso faz com que o aluno passe a rejeitar a matéria, dificultando os processos de ensino e aprendizagem. Acreditar

---

[1] Jean Maurice Eugene Clément Cocteau foi um poeta, romancista, cineasta, designer, dramaturgo, autor, e encenador de teatro francês.

que a matemática é difícil, que somente os mais inteligentes podem entendê-la, traz consequências nocivas ao ensino e aprendizagem:

> Considera-se a matemática como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das ideias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. A consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar, à autoridade da "perfeição científica" (CARVALHO, 2011, p.15).

Na *Revista Zetetiké,* o artigo, Século XXI: qual Matemática é recomendável? Lorenzato relata o encontro anual, ocorrido em 1988, realizado em Chicago, Estados Unidos, pela associação americana *"The National Councilof Supervisorsof Mathematcs" (NCSM),* que originou um documento denominado *"BASIC MATHEMATICAL* SKILLS FOR THE 21ST *CENTURY*." Este documento, apresenta doze das habilidades e competências, em matemática, que os estudantes do século XXI deverão possuir para atuarem como adultos responsáveis. São elas:

> Resolução de problemas; comunicação de ideias matemáticas; raciocínio matemático; aplicação da matemática a situações da vida cotidiana; atenção para com a "razoabilidade" dos resultados; estimação; habilidades apropriadas de cálculo; raciocínio algébrico; medidas; geometria; estatística; probabilidade (LORENZATO, 1993, p.42).

Um dos desafios para a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio é exatamente proporcionar aos alunos a visão de que ela não é só um conjunto de regras e técnicas, mas possui objetivos mais amplos, almeja promover competências gerais, que articulem conhecimentos, "a educação tem um compromisso com a ação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica" (BRASIL, 2017, p. 16).

A BNCC - Base Nacional Comum Curricular - é um documento norteador, criado para regulamentar quais as aprendizagens são essenciais para conduzir o ensino nas escolas brasileiras. Esse documento determina as competências, as habilidades e as aprendizagens essenciais para o desenvolvimento que todos os alunos devem desenvolver em cada etapa da educação básica. O documento define competências como:

> A mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p.8).

A definição de competência dada pela BNCC, conforme a Revista *Nova Escola* significa na prática que:

> Ela aponta para a necessidade de os alunos serem capazes de utilizar os saberes que adquirirem para dar conta do seu dia a dia, sempre respeitando princípios universais, como a ética, os direitos humanos, a justiça social e a sustentabilidade ambiental. Ela também indica que as escolas promovam não apenas o desenvolvimento intelectual, mas também o social, o físico, o emocional e o cultural, compreendidos como dimensões fundamentais para a perspectiva de uma educação integral. Isso as diferencia das habilidades, que são mais focadas no desenvolvimento cognitivo. (RICO, 2018, p. 4).

A BNCC orienta as escolas a não apenas compartilhar conteúdo, mas desenvolver competências somadas com os componentes curriculares tradicionais. De forma resumida as 10 competências gerais citadas pela BNCC foram nomeadas na forma de títulos, para facilitar o entendimento, pela publicação da Revista *Nova Escola.* São elas:

> Conhecimento; pensamento científico, crítico e criativo; repertório cultural; comunicação cultura digital; trabalho e projeto de vida; argumentação; autoconhecimento e autocuidado; empatia e cooperação; responsabilidade e cidadania (RICO, 2018, p. 5).

As competências podem e devem ser trabalhadas e desenvolvidas pela matemática, elas são essenciais para os alunos que logo se tornarão adultos e necessitarão de tais competências para atuarem no mundo do trabalho.

Nesse sentido, estudos e pesquisas estão sendo realizadas no cenário nacional, “Nos últimos 20 a 30 anos, a Educação Matemática no Brasil foi fortemente influenciada por muitos fatores de ordem social, tecnológica, histórica, cultural, educacional e financeira” (LORENZATO, 2012, p. 14).

Abordar sobre o ensino de matemática de qualidade tem causado muita discussão. Aula de qualidade em um contexto específico, pode não ter a mesma classificação em outro contexto. Isso acontece devido ao ambiente social, político e cultural onde a escola está inserida. O aluno, ao chegar à escola, traz consigo uma realidade vivida e que não pode ser ignorada pelo professor. Aproveitar a vivência do aluno torna o aprendizado da matemática mais significativa:

> Sabemos que o contexto social no qual a pessoa está inserida influi fortemente em seu modo de pensar e de agir, em seus interesses e necessidades e na hierarquização de seus valores. Bastaria lembrarmos de tal influência para compreendermos por quais razões distintas alunos interpretam diferentemente um mesmo fato ou situação (LORENZATO, 2010, p. 15).

Reinventamos tudo, exceto a maneira como agimos dentro da sala de aula. Vivemos em um momento bastante diferente daquele em que as transformações aconteciam em passos bem menos acelerados. As afirmações acima podem ser resumidas na frase “temos escolas do Século XIX, para ser simpático, porque algumas são do Século XVIII, com professores do Século XX, para alunos do Século XXI”, (ALMEIDA, 2017). Para Almeida, o aluno deve produzir o seu próprio conhecimento e a escola do futuro precisa pensar mais no aluno. Devemos preparar-nos para ensinar as novas gerações que irão viver em uma nova realidade.

Ainda temos um sistema de ensino em que “o professor dá aula; o aluno frequenta aula. Este ritual é, cada vez mais claramente, o maior signo da inoperância da escola, em especial nos anos finais e no ensino médio” (DEMO, 2018, p.9). Mudar a concepção de “dar aula” se faz necessário e urgente. Certamente, não é do interesse do professor, que o aluno não aprenda, pois se dedica e se esforça para obter bons resultados e atingir, assim, os objetivos traçados para a aula. O importante é ir na busca de soluções e não por culpados, o aprender está associado a muitos fatores, alunos interessados em querer aprender, professores motivados e qualificados e muitas outras razões.

Um princípio geral da pedagogia da autonomia de Paulo Freire (2002) é o de que ensinar não é transmitir conhecimento, mas sim criar possibilidades para sua própria produção ou sua construção. Ensinar é ajudar a construir sentido e significado, exige pesquisa tanto de quem ensina como de quem aprende. Este é o papel do professor de hoje, Freire diz “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (2002, p. 25). Do mesmo modo, Lorenzato reitera, que é possível dar aula sem conhecer, no entanto, não é possível ensinar sem conhecer, e ainda assim, saber o conteúdo e o modo de ensinar não são o suficiente para que ocorra uma aprendizagem significativa:

> Dar aulas é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem (2010, p. 3).

Dar significado ao que é ensinado e aprendido é um desejo e uma necessidade na formação de alunos mais reflexivos e questionadores. Lorenzato nos recorda quanto isso é importante: “Sabemos que a aprendizagem sem significado é um forte convite à decoração e que o modo pelo qual o conteúdo matemático é ensinado pode causar o aparecimento de crendices” (2010, p.116). Pedro Demo, chama a atenção, “Sair da mania do ensino para comprometer-se com a aprendizagem do estudante” (2018, p. 2). Para

Paulo Freire, “o educador que, ensinando geografia [qualquer matéria], **“**castra” a curiosidade do educando em nome da eficácia da memorização mecânica dos conteúdos, tolhe a liberdade do educando, sua capacidade de aventurar-se. Não forma, domestica” (2012, p. 56). Ou seja, todos envolvidos na educação devem trabalhar na concepção que o sujeito da aprendizagem é o aluno, que a educação se faz do professor com o aluno.

3. TEORIAS DA APRENDIZAGEM

O maior desafio do professor é redescobrir o ato da aprendizagem, “a sobrevivência no mundo atual e no mundo que se anuncia dependerá da habilidade de saber aprender a aprender e ‘reaprender’ com certa desenvoltura” (SANTOS, 2006). Conforme Santos, o professor é fruto de uma escola que “aprende de fora para dentro”, e temos que ensinar alunos de “dentro para fora”. Portanto é imprescindível o professor reinventar separa chegar no aluno:

> Por exemplo, o professor que concebe a Matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica ou pronta e acabada, certamente terá uma prática pedagógica diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica e historicamente sendo construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais (FIORENTINI, 1995, p.4).

O modelo tradicional em que o aluno somente recebe e reproduz informações prontas já não alicerça o modelo de aprendizagem de nosso tempo. Os alunos dentro do sistema educacional, não podem ser tratados como simples receptor de informação, mas como um ser em contínua construção do conhecimento. Preparar os alunos para a vida social e intelectual, ou seja, formar um cidadão é o desejo da sociedade, da escola e da família. A escola precisa ser uma organização efetivamente significativa, inovadora e empreendedora:

> Atualmente as palavras de ordem são aprendizagem significativa, mudança conceitual, ensino centrado no aluno e construtivismo. Um bom ensino deve ser construtivista, estar centrado no estudante, promover a mudança conceitual e facilitar a aprendizagem significativa. É provável que a prática docente ainda tenha muito do behaviorismo, mas o discurso é cognitivista/construtivista/significativo. Quer dizer, pode não ter havido, ainda, uma verdadeira mudança conceitual nesse sentido, mas a retórica mudou (MOREIRA, 2011, p. 25).

Nesse sentido, a aprendizagem significativa é a aquisição do conhecimento por parte do aluno, uma vez que a intenção desta é possibilitar um conhecimento real, e que ele seja de muita aplicabilidade na vida tanto profissional quanto pessoal, com vista à formação de um sujeito ético, reflexivo, questionador e humanizado. Que a aprendizagem seja prazerosa e eficiente.

De acordo com Santos (2006), para a aprendizagem ser significativa, o aluno precisa ir além da memorização, requer a capacidade de explicar, de apreender e compreender, interpretar e reconhecer fenômenos matemáticas que o rodeiam. O aluno deve ser agente de sua própria aprendizagem, produzindo conhecimento que tenha sentido e utilidade na sua vida.

Na década de 1960, o pesquisador norte-americano David Ausubel, estudioso em psicologia da educação, desenvolveu a teoria da aprendizagem significativa, procurando explicar como ocorre a aquisição e a retenção do conhecimento. Para Ausubel (2003), o fator determinante para o processo de aprendizagem é o conhecimento que o aluno já possui e com a valorização desses conhecimentos e competências ocorre a aprendizagem significativa. Alguns de seus fundamentos já eram defendidos por outros pesquisadores da educação como Jean Piaget e Lev Vygotsky. Consultou-se importantes autores, para conceituar a aprendizagem significativa e as condições adequadas para que ela se efetive.

Umas das principais questões a serem compreendidas é o cognitivismo. Sabe-se que a cognição é a arte de adquirir conhecimento. E o cognitivismo é parte da psicologia que se preocupa com o processo de compreensão, organização, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição e como estas são estruturadas na mente do ser que aprende:

> Cognição é o processo através do qual o mundo de significados tem origem. À medida que o ser se situa no mundo, estabelece relações de significado, isto é, atribui significados à realidade em que se encontra. Esses significados não são entidades estáticas, mas pontos de partida para a atribuição de outros significados. Tem origem então a estrutura cognitiva (os Primeiros significados), constituindo-se nos “pontos básicos de ancoragem” dos quais derivam outros significados (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 3).

A interação cognitiva entre conhecimentos novos e prévios é a característica chave da aprendizagem significativa. Nessa interação cognitiva, o novo conhecimento deve relacionar-se de maneira não arbitrária e não literal com aquilo que o aprendiz já sabe. Moreira (2012) esclarece, que quando se adquire um novo conhecimento, este não irá interagir com qualquer ideia, mas com aquele conhecimento relevante que já existe na estrutura cognitiva do indivíduo, ou seja, de forma não-arbitrária. E ainda, segundo Moreira (2012), algo novo armazenado de forma não literal, ocorre quando o aprendiz percebe, na nova informação, alguma relação com o que já sabe e ainda, essa relação deve fazer sentido para ele, assim, atribuir significados ao novo aprendizado.

3.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

De acordo com Moreira (2009), Ausubel considera os conhecimentos prévios o fator mais importante, a ponte para a construção de um novo conhecimento, ou seja, a partir daí, se pode fazer a ligação entre aquilo que o aprendiz já conhece, e o novo conhecimento a ser aprendido, acontecendo a reconfiguração dos conhecimentos já existentes, resulta na compreensão e a aquisição de novos significados:

> Para Ausubel a aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específica a qual Ausubel define como conceito subsunçor ou simplesmente subsunçor, existente na estrutura cognitiva do indivíduo. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz (MOREIRA, 1999, p.153).

Moreira (2009) explica que o subsunçor é um conceito, uma ideia, que já existe na estrutura cognitiva do aprendiz e com o qual o novo material irá se relacionar. A medida que outras ideias se ancoram em conceitos preexistentes que estejam claros e disponíveis, ou seja, nos subsunçores, a aprendizagem significativa irá acontecer.

Para Ausubel (2003), aprendizagem significativa é a aquisição de novos significados, e estes são os produtos finais da aprendizagem significativa. Para que ocorra essa aprendizagem é imprescindível observar as condições necessárias: “1) o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e 2) o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender” (MOREIRA, 2012, p.8).

Moreira (2012) explica que o material potencialmente significativo é aquele que tenha significado para o aluno. De acordo com o mesmo autor, novas ideias que estão sendo adquiridas, através de determinado material, se organizam com o conhecimento já existente, explorando semelhanças e diferenças, assimilando o novo e modificando o pré-existente é aquele capaz de dialogar, de maneira apropriada e relevante, com o conhecimento prévio do aluno:

> É importante enfatizar aqui que o material só pode ser potencialmente significativo, não significativo: não existe livro significativo, nem aula significativa,

> nem problema significativo, pois o significado está nas pessoas, não nos materiais" (MOREIRA, 2012, p.8).

O material potencialmente significativo deve se incorporar aos conhecimentos dos alunos. Para isso, o professor precisa avaliar quais seriam os conhecimentos sobre o assunto que o aluno já tem e valorizar esse saber, explorar situações que façam parte do cotidiano do aprendiz facilita o processo de relacionar o conteúdo e a nova informação com aquela já existente. Pode-se dizer que o material usado, observando as condições citadas, será um material potencialmente significativo. Novas ideias que estão sendo adquiridas se organizam com o conhecimento já existente, explorando semelhanças e diferenças, assimilando o novo e modificando o pré-existente (MOREIRA, 2009).

Nas escolas, costuma-se adotar um livro didático, em que professores e alunos apoiam-se para que o conhecimento aconteça, mas Moreira (2005) chama a atenção, para o fato de que centralizar no livro estimula a aprendizagem mecânica. Para Moreira, o livro deve ser considerado apenas um dentre vários recursos pedagógicos. A utilização de materiais diversificados, cuidadosamente selecionados representam melhor a produção do conhecimento, implica na participação ativa do aluno e facilitam a aprendizagem significativa.

Moreira esclarece que outra condição para que ocorra a aprendizagem significativa é a intenção do aluno, ele deve ter predisposição para aprender, pois a atribuição de significado cabe ao sujeito. Não é uma questão de motivação, ou gostar da matéria, mas uma predisposição para relacionar-se com novos conhecimentos. "O aluno deve se predispor a relacionar interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significado a esses conhecimentos" (MOREIRA, 2012, p. 8).

Segundo Moreira e Ostermann (1999), ao contrário da aprendizagem significativa, a aprendizagem mecânica ocorre quando o conteúdo escolar que deve ser aprendido não conseguir nenhuma associação em um conhecimento já existente na estrutura cognitiva do aluno, com o qual se possa relacionar. Assim, quando o novo conhecimento é adquirido sem ligar com conceitos relevantes já existentes, o aluno apenas decora fórmulas, mas podem ser provavelmente esquecidas logo depois de serem realizadas as avaliações:

> Aprendizagem mecânica é definida como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma associação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Nesse caso, a nova informação é armazenada de maneira arbitrária. Não há interação entre a nova informação e aquela já

> armazenada. O conhecimento assim adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem ligar-se a conceitos subsunçores específicos (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 9).

A escola que deseja a aprendizagem significativa, não se presume que a mecânica tenha de ser desconsiderada. Moreira (1999) explica que a aprendizagem é mecânica quando produz uma menor aquisição e atribuição de significado, mas se faz necessária no caso da apresentação de novos conceitos e assim a nova informação passa a ser armazenada isoladamente. No entanto, a aprendizagem não termina neste momento, transformando posteriormente este conhecimento, em outras situações de ensino, em aprendizagem significativa:

> Uma resposta plausível é que a aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire informações em uma área de conhecimento completamente nova para ele, isto é, a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. À medida que a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais capazes de ancorar novas informações (MOREIRA, 1982, p. 10).

Portanto, professor e aluno devem evitar somente aprendizagem mecânica, pois as novas informações não se associam com conceitos significativos e, assim, essa informação não leva a ligações e relações na estrutura cognitiva, fica somente como memorização, o aluno estuda e decora somente para as provas.

3.2 EPISTEMOLOGIA GENÉTICA DE JEAN PIAGET

Assim como na teoria de Ausubel, na pedagogia Piagetiana, o modelo clássico de intervenção do professor é condenado, em que professor dita o que é certo ou errado. Moreira e Ostermann ressaltam que para Piaget, o aluno irá entender e compreender o que está sendo ensinado quando participar do processo de construção do conhecimento, “em vez de tentar fornecer verdades, os professores devem proporcionar situações que permitam à criança questionar, experimentar e descobrir fatos e relações” (1999, p.17).

Piaget não desenvolveu uma teoria da aprendizagem, voltada propriamente para a educação, mas elaborou uma teoria voltada à aquisição do conhecimento. Nessa perspectiva, Piaget considera que só há aprendizagem (aumento de conhecimento) quando o esquema de assimilação sofre acomodação. “Assimilação designa o fato de que é do sujeito a iniciativa na interação com o meio. Ele constrói esquemas mentais de assimilação para abordar a realidade” (MOREIRA, 2011, p. 27). Ainda, segundo o autor citado anteriormente, a acomodação acontece quando os esquemas de assimilação não conseguem assimilar determinada situação, ou seja, uma reestruturação da estrutura cognitiva que resulta em novos esquemas de assimilação. A aprendizagem seria produzida quando ocorresse um desequilíbrio ou um conflito cognitivo. No entanto, não considera o progresso cognitivo consequência da soma de pequenas aprendizagens pontuais, como Ausubel, mas sim um processo de equilibração desses conhecimentos.

De acordo com Fossile (2010), para Piaget o conhecimento se dá através da ação do sujeito sobre o objeto, que consiste em agir sobre o real e transformá-lo, e assim, compreendê-lo. “Piaget sustenta que quando uma criança interage com o mundo a sua volta ela passa a atuar e a mudar essa realidade que a cerca” (p. 106). Portanto, o estudioso sustenta que a constituição de conhecimento do indivíduo não depende apenas da ação do meio ou sua herança genética, mas o desenvolvimento cognitivo resulta das experiências obtidas por meio de sua própria ação.

Para Moreira (2011), teria então sentido em falar em aprendizagem significativa em um enfoque piagetiano, quando se estabelece uma semelhança entre esquema de assimilação e um como o outro o significado da aprendizagem vem da interação da nova informação com a estrutura cognitiva.

Moreira e Ostermann (1999), o professor precisa identificar o nível de desenvolvimento mental da criança, para ajudar a criar situações que provocam na criança o conflito cognitivo, responsável pela aquisição do conhecimento. Para os autores acima citados, na teoria de Piaget, o interesse e a aprendizagem serão facilitados se as experiências apresentadas, aos alunos, sejam relevantes ao que ela já sabe.

Para Jean Piaget a inteligência modifica-se nas relações com o meio, numa ação sobre os objetos, “a Inteligência aparece como uma estruturação que imprime determinadas formas aos intercâmbios entre sujeito ou sujeitos e os objetos circuncidastes, próximos ou afastados” (2013, p. 235). Ou seja, conforme o sujeito relaciona os objetos ao seu redor, e que dependendo da qualidade das relações com o meio, passa de um conhecimento mais simples a outro mais complexo, até o fim da vida:

> Piaget coloca grande ênfase no papel da atividade - tanto física quanto mental - no desenvolvimento intelectual. Na sua visão, “conhecer um objeto é agir sobre ele” (a essência do conhecimento é a atividade). Assim, para promover conhecimento genuíno, o professor deve encorajar a atividade na criança (MOREIRA; OSTERMANN, 1999, p. 17).

De acordo com Ghedin (2012), Piaget propôs para a educação, o desafio de considerar o conhecimento não como algo acabado, mas em constante desenvolvimento, pois só há aprendizagem se o sujeito está pronto para aprender determinado conteúdo, e tenha disposição para aprender, e assim, tornando-se capaz produzir conhecimento. Criar indivíduos aptos a fazerem coisas novas, que tenham liberdade para inventar, realizar e criar novos conhecimentos, e não apenas memorizar e reproduzir, como mero receptor de informações.

3.3 TEORIA SÓCIO INTERACIONISTA DE VYGOTSKY

A teoria sociocultural de Vygotsky (1991), tem como conceito central as interações sociais, sendo estas fundamentais para o desenvolvimento humano. Dá ênfase ao papel do professor como mediador que busca criar situações que estimulem a construção do aprendizado, e, ainda, o desenvolvimento cognitivo do aluno depende do contexto social onde ele está inserido, já que o conhecimento é construído pelas interações e colaborações entre os alunos. Para Vygotsky, o conhecimento que o aluno constrói acontece “por meio de ações externas, socialmente compartilhadas, ações que irão, mediante o processo de internalização, transformando-se em ações mentais” (MOYSÉS, 2007, p.45).

Para Vygotsky (1991), o sujeito do conhecimento não é apenas ativo, mas interativo. A criança já nasce inserida num meio social que é a família, e interage com a realidade e não apenas age sobre ela. Sustenta que é a partir de relações intra e interpessoais que um indivíduo constrói seu conhecimento.

Segundo Moreira, a aquisição de significados e a interação social, são inseparáveis na perspectiva Vygotskiana, e já existem na estrutura cognitiva, o que caracteriza a aprendizagem significativa. Elas acontecem em uma troca de significados, uma “negociação” de significados, na qual a aquisição de significados é “atribuir significados aos já existentes na estrutura cognitiva, que caracteriza a aprendizagem significativa, está diretamente relacionada à interação social” (MOREIRA, 2011, p.32). E interação social, segundo Moreira, acontece quando o sujeito interage com outros indivíduos e com o meio, trocando vivências e ideias, e por consequência gera novas experiências e conhecimentos.

Outro aspecto importante difundido por Vygotsky são as fortes relações entre pensamento e linguagem. É a palavra que dá forma ao pensamento, modificando suas funções psicológicas, percepção, atenção, memória, capacidade de solucionar problemas característico de um conceito importante, a zona de desenvolvimento proximal, que se caracteriza pela capacidade de resolver problemas estimulado por um adulto, no caso de uma criança, ou a colaboração entre os colegas em sala de aula.

Para Vygotsky, "a noção de zona de desenvolvimento proximal nos capacita a propor uma nova fórmula, segundo a qual a boa aprendizagem é aquela pela qual o desenvolvimento avança" (1987, p. 89). Moysés esclarece ainda mais a afirmação do estudioso ao afirmar que "criando zonas de desenvolvimento proximal, o professor estaria forçando o aparecimento de funções ainda não completamente desenvolvidas" (2007, p. 34).

O princípio básico da teoria de Vygotsky para a educação é que quem sabe, faz junto com quem não sabe, mostrando, explicando, perguntando, propondo problemas, estimulando o aluno, quede maneira gradativa, vá além do que seria capaz sozinho. De acordo com Moysés (2007), na interação professor/aluno, o professor deve trabalhar com o aluno como mediador da aprendizagem e deve utilizar de estratégias que levem o aluno a tornar-se independente, oferecendo oportunidades para a discussão, reflexão, colaboração desafiando o aluno a explicar seu próprio pensamento.

4. MATERIAL CONCRETO: UM RECURSO PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Ao analisar-se a construção da história da matemática e o seu desenvolvimento como ciência e disciplina, percebe-se que ela sempre esteve diretamente relacionada com o contexto em que o homem estava inserido e tem sido elaborada através da tentativa do homem a compreender e atuar em seu mundo. Vendo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática percebemos que é importante relacionar o aprendizado da matemática com ao cotidiano do aluno, quando lemos:

> As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado (BRASIL, 1998, p. 37).

Para potencializar a aprendizagem, o que é preciso fazer na prática dentro da sala de aula? Cabe ao professor, aplicar estratégias, pensar maneiras de relacionar os conteúdos novos com algo que o aluno possa formar sentido e produzir o seu próprio conhecimento. A inclusão de materiais concretos e/ou manipuláveis é uma forma dinâmica de ensino, ocasiona um maior envolvimento dos alunos, ele consegue ver sentido naquilo que estuda e consequentemente melhorar o entendimento e o interesse do conteúdo.

Alguns autores e pesquisadores em educação matemática apontam para uma definição do que possa ser materiais manipuláveis. Dentre elas, destacamos a dada por Reys (1971) “Objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia” (*apud* NACARATO, 2004, p. 3).Também Lorenzato define material didático (MD) como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem” (2009, p. 18), que pode ser um giz, calculadora, jogo, livro.

A possibilidade do uso de materiais concretos como apoio para a aprendizagem já foi defendido, ao longo da história da educação, principalmente nas aulas de matemática, por professores, pesquisadores e pensadores que se dedicaram ao estudo de instrumentos para auxiliar na prática dessa ciência, e foram em busca de novos recursos. Lorenzato nos relata o trabalho de muitos pensadores em defesa do uso de recursos e da vivência de diferentes experiências para a construção do conhecimento e para um ensino mais significativo:

> Muitos foram os educadores famosos que, nos últimos séculos, ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como facilitador para a aprendizagem. Assim, por exemplo, por volta de 1650, Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. Locke, em 1680, dizia da necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento. Cerca de cem anos depois, Rousseau recomendou a experiência direta sobre os objetos, visando à aprendizagem. Pestalozzi e Froebel, por volta de 1800, também reconheceram que o ensino deveria começar pelo concreto; na mesma época, Herbart defendeu que a aprendizagem começa pelo campo sensorial. Pelos idos de 1900. Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas. Mais recentemente, Montessori legou-nos inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente do tátil, enquanto Piaget deixou claro que o conhecimento se dá pela ação refletida sobre o objeto; Vygotsky, na Rússia, e Bruner, nos Estados Unidos, concordaram que as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir raciocínio (2009, p. 4).

Fiorentini e Miorim (1990) afirmam que Pestalozzi (1746-1827), no início do século XIX, buscou inovar os métodos de ensino, acreditava que uma educação seria considerada verdadeiramente educativa se fosse prática e ativa, onde o aluno era estimulado a buscar o saber ensinado a gostar de aprender, de pesquisar.

Segundo Fiorentini (1995), a tendência empírica-ativista surge como oposição à escola tradicional, e passa a ver o aluno como um ser “ativo”, centro da aprendizagem, o professor deixa de ser o elemento central do processo de ensino e torna-se um mediador da aprendizagem. Os métodos de ensino partem do princípio de que se aprende a fazer fazendo. Por isso, considera os jogos e materiais manipuláveis ações necessárias para a aprendizagem “que permitiram aos alunos não só tomar contato com noções já sabidas, mas descobri-las de novo” (FIORENTINI, 1995, p. 9).

Jean Piaget, muito contribuiu no movimento de produção de novos materiais para o ensino da matemática e, consequentemente, para a valorização do material concreto. Post (1981) destaca que:

> Talvez a proposição mais importante que o professor pode tirar do trabalho de Piaget e seu uso na classe é que as crianças, especialmente as mais novas, aprendem melhor com atividades concretas. Essa proposição, se acompanhada de sua conclusão lógica, alteraria substancialmente o papel do professor de expositor a auxiliar, aquele que propicia e orienta a manipulação e a interação das crianças com os vários aspectos do meio ambiente (*apud* NACARATO, 2004, p.2).

Piaget contribui na compreensão de como acontece a construção do conhecimento e explica a interação da ação do sujeito mediante o meio e o objeto, ou seja, os alunos devem participar ativamente do processo de aprendizagem. Dessa forma, ele passa a construir coisas novas ao invés de repetir ou copiar o que lhes era transmitido.

Nas décadas em que Júlio César de Mello e Souza, também conhecido por Malba Tahan, viveu, o ensino-aprendizagem de matemática estava marcado pelo uso da memorização, fórmulas, algebrismo, exercícios com extensos cálculos. Para ele, problemas irreais, absurdos e inúteis atrapalham a aprendizagem e foram condenados completamente. “Malba Tahan e Manoel Bezerra contribuíram para a divulgação do uso de material didático como apoio às aulas de matemática” (LORENZATO, 2009, p. 4).

O material concreto na sala de aula, auxilia na compreensão do conteúdo, além de tornar as aulas de matemática mais interessante e participativa, aproxima a disciplina do cotidiano, permite que os alunos construam seus próprios conhecimentos, contribuindo para uma aprendizagem significativa:

> O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos (TURRIONI, 2004, p. 66).

Lorenzato (2009), esclarece que por melhor que seja o material concreto, precisa ser pesquisado e bem planejado pelo professor. Nenhum material, por si só, constitui a salvação para a melhoria do ensino de matemática, se utilizados de maneira inadequada não trará nenhuma contribuição e, portanto, não garante a aprendizagem. O professor é fundamental nesse processo, dependerá da forma como irá utilizá-lo no momento da mediação e para a construção do saber matemático pelo aluno:

> Convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno (LORENZATO, 2009, p. 21).

O material concreto não pode ser considerado eficiente intrinsecamente, a potencialidade desses materiais deve ser conhecida do professor. Portanto quando "um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los" (NACARATO, 2004, p.4), nos dá a noção do cuidado e da importância de utilizar o material como objeto de ensino e de aprendizagem.

O interesse crescente dos professores pelos materiais concretos, enfatizam que estão em busca de novas metodologias de ensino, pois a participação em eventos, conferências e cursos vem aumentando "as salas ficam repletas e os professores ficam maravilhados diante de um novo material ou de um jogo desconhecido". (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 1). Contudo, esses materiais não podem ser apenas demonstrativos ou motivacionais para a aula ficar mais divertida e para que os alunos passem a gostar mais da matemática:

> Embora saibamos que os materiais manipuláveis e jogos por si só não irão ensinar Matemática, sempre é necessário que o professor seja um mediador, e para isto é preciso que esse professor, que se dispõe a fazer uso dessas tendências de ensino, faça um estudo dos materiais didáticos que esteja pretendendo usar. Vale enfatizar que este estudo não deve ser apenas sobre como usar um dado material, mas sim um estudo sobre como foi criado, em que condições e quais assuntos podem ser explorados com o uso deste ou de outro material. Creditamos que isso dará maior segurança ao professor, fazendo com que seus alunos possam tirar um maior proveito dessas aulas (SOUZA; OLIVEIRA, 2010, p. 7)

Os PCN's, de matemática, afirmam que materiais concretos ou manipuláveis são tendência em educação matemática, para estabelecer no aluno autonomia, reflexão e o senso crítico para a matemática:

> Os recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão (BRASIL, 1998, p. 57).

Desse modo, na aprendizagem da matemática, o professor pode fazer uso de vários recursos. Existem muitas maneiras de ensinar matemática, cada uma com suas características e concepções de aprendizagem. O modelo adequado seria aquele onde o aprendizado da matemática tenha significado para o aluno. Aulas com atividades práticas, utilizando o material concreto, quando os objetivos estão bem definidos, podem tornar-se um grande parceiro do professor:

> O saber matemático compromete-se com o processo de criação de toda uma linguagem voltada para o entendimento dos modelos naturais e tecnológicos, em conformidade, o fazer matemático permite que o aprendiz se torne um elemento chave usual no processo de utilizar na prática seus conhecimentos adquiridos no saber matemático. (PONTES, 2016, p. 25).

Ao utilizar o material, é necessário o professor conhecer bem a ferramenta, saber como aplicá-la, bem como planejar adequadamente a atividade, pensando no conteúdo e na estratégia escolhida, para que de fato contribua para desenvolver o raciocínio lógico, concentração, sentido cooperativo e as relações pessoais entre os alunos:

> Quando usamos os materiais manipuláveis e jogos em sala de aula, podemos aumentar o leque de possibilidades a serem trabalhadas, não apenas com conceitos matemáticos, mas também com conceitos sociais, como o convívio, a colaboração do aluno com os seus colegas, o respeito ao próximo, convívio com ganhos e perdas, entre outros (SOUZA; OLIVEIRA, 2010, p.7).

Portanto, é de suma importância que o professor coordene as atividades desenvolvidas com o material em uma sequência que promova a reflexão e a construção de significados pelo aluno. Somente com a organização de atividades previamente planejadas, o trabalho desenvolvido terá bons resultados.

5. A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA

A palavra trigonometria significa medida dos três ângulos de um triângulo. Determina um ramo da matemática que estuda a relação entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo.

Segundo Guelli (1987), as origens da trigonometria são incertas, não foi obra de um só homem, mas de vários matemáticos ao longo da história. Assim como outros campos da matemática tiveram contribuições de vários povos, a trigonometria também teve, com destaque para: os gregos, os árabes, os hindus e os babilônios. A trigonometria desenvolveu-se para realizar as construções de que necessitavam como, calcular a altura das pirâmides, largura dos rios, a altura das montanhas, prever os movimentos dos astros e outras medidas inacessíveis.

A história da trigonometria nos mostra que das ideias simples, mas brilhantes dos matemáticos, nasce esse importante ramo da matemática, que prosperou devido ao crescimento de outros campos como: a álgebra, análise e geometria. O fascínio pelos fenômenos celestes levou os seres humanos a especular e desenvolver ideias astronômicas desde a mais distante antiguidade.

Amoroso Costa (1885-1928), ressalta a importância da trigonometria para o desenvolvimento do conhecimento humano e na resolução dos problemas recorrentes no cotidiano, para o matemático:

> Sem a Matemática, não poderia existir a Astronomia; sem os recursos prodigiosos da Astronomia, seria impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade (*apud* TAHAN, 1961, p. 1).

Como grande parte dos conteúdos matemáticos, o ensino de trigonometria no ensino médio deve estar próximo da realidade dos alunos, deve ser significativo, permitindo formular problemas de modo desafiador, que os incentivem a aprender mais e desta forma percebam sua importância, seu uso e finalidade. Nas orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) encontra-se um relato sobre a trigonometria:

> Tradicionalmente, a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, pois prioriza-se o cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo detém-se às funções seno, cosseno e tangente, com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. (BRASIL, 2006, p. 122).

Nesse caso, a trigonometria explorada de forma menos técnica e mais contextualizada, de modo que priorize sua aplicação prática no dia a dia dos alunos, proporcionando sentido para a aprendizagem. Portanto, aplicar atividades práticas, contextualizar e valorizar o que o aprendiz já sabe, incentivar a comunicação e o convívio entre os alunos, a descoberta e a construção do conhecimento através de atividades desafiadoras com o material concreto, que promovem a aprendizagem do aluno, são de extrema importância para um bom entendimento dos conceitos referentes à trigonometria.

No entanto, o planejamento para a utilização de materiais concertos devem ser acompanhado de ensino teórico, para que os alunos possam conectar a teoria com a prática, pois como já afirmamos antes com Lorenzato (2006), a realização em si de atividades manipuláveis ou visuais não garantem a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessário também atividades mentais, por parte do aluno.

> A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI; BOTIN, 2004 p.1).

Nessa perspectiva, vale ressaltar que a resolução de problemas possui características fundamentais para o ensino, como metodologia que potencializa os processos de ensino e de aprendizagem, nas aulas de Matemática, fortalecendo a construção de conceitos matemáticos pelos estudantes.

> É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações problemas que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico (SMOLE e CENTURION, 1992, p.9).

Diante de todos os problemas relacionados ao ensino da matemática, muitas pesquisas estão sendo realizada para encontrar soluções ou agentes facilitadores que possam ajudar a melhorar a qualidade do ensino desta ciência. Dentre as pesquisas, pode-se dizer que a história da matemática tem se tornado um bom recurso para o ensino e pode ajudar muito a melhorar a qualidade das aulas de matemática. Para Lopes e Alves:

> Como metodologia de ensino, acredita-se que a História da Matemática pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes. Afinal, ao perceber a fundamentação histórica da matemática, o professor tem em suas mãos ferramentas para mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos, fugindo das repetições mecânicas de algoritmos. O resgate da história dos saberes matemáticos ensinados no espaço escolar traz a construção de um olhar crítico sobre o assunto em questão, proporcionando reflexões acerca das relações entre a história cultural e as tecnologias (2014, p. 321).

Para D' Ambrósio a história da matemática para o ensino pode ser encarada como motivação para as aulas, quando diz que "a história da matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época" (2009, p 29).

Alguns fatos históricos podem ser usados por professores para a introdução de determinados conteúdos, para que os alunos constatem acontecimentos que levaram à criação e evolução da matemática. A trigonometria foi construída por diversos povos e cada um, em um determinado período da história. Muitos matemáticos se destacaram com grandes ideias nesse importante ramo da matemática, a trigonometria. Para realizar as construções de que necessitavam, os matemáticos da antiguidade baseavam-se em dois conceitos; razão entre dois números e triângulos semelhantes. Esses conceitos marcam o início da trigonometria, Guelli (1997).

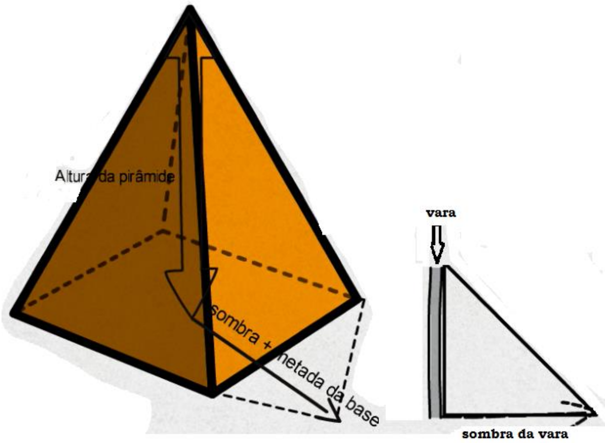
A seguir duas importantes histórias da trigonometria, Tales de Mileto e Eratóstenes, contadas aos alunos através de dois vídeos produzidos pela pesquisadora. A história da matemática pode ser usada como mais um recurso para as aulas sendo inserida nos conteúdos estudos, de forma a propiciar a contextualização da matemática e como uma estratégia de motivação das aulas é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemática foram criadas.

5.1 TALES DE MILETO E A ALTURA DA PIRÂMIDE DE QUEÓPS

Tales de Mileto foi um grande estudioso desse ramo da matemática, segundo Guelli (1997). Este autor narra em seu livro, Dando corda na trigonometria, que por volta do ano 600 a.C, o sábio grego Tales de Mileto fez uma viagem ao Egito. O faraó já conhecia sua fama de grande matemático. Ouvira dizer até que Tales era capaz de uma incrível façanha: podia calcular a altura de uma construção, por maior que fosse, sem precisar subir nela.

Conta a história que Tales usou a seguinte estratégia para calcular a altura da pirâmide de Quéops: no deserto, próximo à pirâmide, o sábio fincou no chão uma vara, na vertical. Observando a posição da sombra, Tales deitou a vara no chão, a partir do ponto em que foi fincada, marcando na areia o tamanho do seu comprimento. Depois, voltou a vara à posição inicial. Pediu para esperar alguns instantes, num determinado momento, a sombra ficou exatamente do comprimento da vara. Neste instante Tales mediu a sombra da pirâmide e acrescentou ao resultado a medida da metade do lado da base. Sendo essa soma a altura exata da pirâmide. No momento em que a vara e sua sombra têm exatamente o mesmo tamanho, formam um triângulo retângulo isósceles, semelhante a outro triângulo retângulo isósceles formado pela pirâmide e por sua sombra. Por semelhança de triângulos, Tales deduziu que a altura da pirâmide é igual à sombra mais a metade da base, Guelli (1997).

Figura 1: Ilustração do vídeo Tales de Mileto - altura da pirâmide de Quéops.



Fonte: Autora (2021)

5.2 ERATÓSTENES E A MEDIDA DA CIRCUNFERÊNCIA DA TERRA

Eratóstenes viveu de 273 a.C a 194 a.C. Nativo de Cirene, local onde hoje é a Líbia, passou a maior parte de sua juventude em Atenas e, aos quarenta anos de idade foi convidado por Ptolomeu III para ser tutor de seu filho, mudando-se assim para Alexandria, onde veio a se tornar diretor chefe da biblioteca local, principal centro de estudos da antiguidade, Boyer (2012).

Uma questão que desafiaram os matemáticos e astrônomos da Antiguidade foi a de determinar o tamanho do Sol e da Lua. Eratóstenes é conhecido até os dias atuais como sendo o primeiro homem que mediu a circunferência da Terra.

Erastóstenes sabia que ao meio dia, em Siena, durante o solstício de verão, o Sol ficava completamente a pino, e, o fundo do poço ficava completamente iluminado. Desse modo, uma estaca fincada perpendicularmente ao chão não fazia nenhuma sombra. Mas, neste mesmo horário, em Alexandria, os raios solares faziam um ângulo com uma estaca na vertical ficada no chão. Ele mediu o ângulo formado pela ponta da estaca com a extremidade da sombra, e encontrou aproximadamente 7,2°, Guelli (1997).

Como a distância entre as duas cidades era de aproximadamente 5000 *stadium*, antiga medida grega, e o ângulo ele já havia calculado, temos a seguinte proporção:
C = circunferência da Terra

$$\frac{5000}{7{,}2°} = \frac{C}{360°}$$

De onde se conclui que C = 250000 *stadium.*

Considerando que 1 km = 6,3 *stadium*, então em quilômetros, temos;

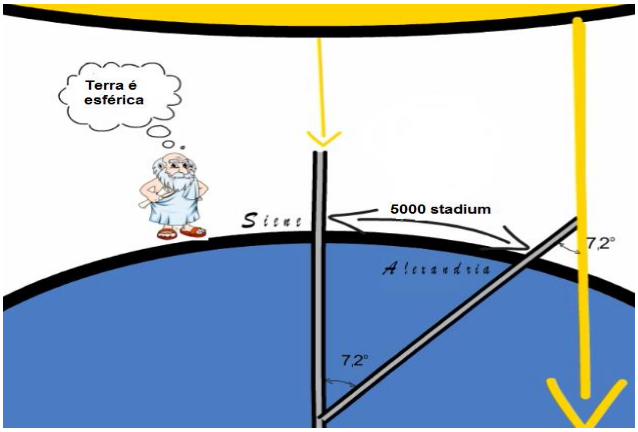
1Km → 6,3 *stadium*

X Km → 250000 *stadium*

X = 39682 km

Eratóstenes concluiu, então, que a circunferência da Terra era aproximadamente igual a 39682 km, em um tempo em que a ideia de a Terra ser plana era aceita. Mas, segundo as medições de Eratóstenes, a Terra não poderia ser plana, pois caso fosse, os ângulos formados pelos raios solares seriam o mesmo para objetos com a mesma inclinação em diferentes lugares, uma vez que os raios solares são paralelos entre si. Portanto, admitiu-se a esfericidade da Terra, por termos ângulos diferentes em lugares diferentes. Esta foi uma grande façanha de Eratóstenes.

Figura 2: Ilustração do vídeo de Eratóstenes.



Fonte: Autora (2021)

6. RECURSOS E MÉTODOS

A partir do problema proposto pela pesquisa, "o material concreto auxilia os alunos a construírem uma aprendizagem significativa em trigonometria?" Descreveremos neste capítulo a sequência de atividades utilizadas para implementar a pesquisa, apresentando as situações foram submetidas aos alunos durante o processo.

Esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa quanto a sua abordagem e exploratória quanto aos seus objetivos. Pesquisa qualitativa para D'Ambrósio "(...) é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural" (1997, p. 103). E pesquisa exploratória, Selltiz (1967) afirma que:

> Na maioria dos casos, estas pesquisas envolvem: (a) levantamento bibliográfico; (b) entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; e (c) análise de exemplos que estimulem a compreensão (*apud* GIL, 2002, p. 41).

Para Gil (2002, p. 41) a pesquisa exploratória na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de estudo de caso. Optamos pelo estudo de caso, por considerá-lo oportuno para a pesquisa em questão. Segundo Alves-Mazzotti (2006, p. 640), os exemplos mais comuns para esse tipo de estudo são os que focalizam apenas uma unidade: um indivíduo, um pequeno grupo, uma instituição, um programa, ou um evento.

Inicialmente, fizemos um levantamento bibliográfico, na busca de uma reflexão de como o indivíduo aprende, baseado nas teorias cognitivas da aprendizagem significativa sob o ponto de vista de teóricos como Ausubel (2003), Piaget (2013) e Vygotsky (1991). Também nos baseamos em estudos de especialistas da educação e da educação matemática, e documentos que norteiam a educação básica como a BNCC e os PCNs, sobre a necessidade de mudanças na forma de desenvolver o pensamento matemático para a aquisição da aprendizagem significativa e o desenvolvimento pleno do aluno.

Entendemos que o aprendizado se dá em conjunto entre professor e aluno, este como participante ativo, na construção do seu próprio conhecimento e o professor como mediador criando condições para que o aluno participe ativamente de seu aprendizado com atividades interativas. A partir da definição do tema e do levantamento bibliográfico, começamos a elaborar as atividades com material concreto.

Devido ao momento que nos encontramos, à pandemia da Covid-19[2], os encontros planejados, que a princípio ocorreriam presencialmente, precisaram ser realizados no formato de Atividades Pedagógicas Não Presenciais (APNP), em três momentos síncronos de matemática. Os participantes envolvidos nesse processo foram a professora regente da turma, a pesquisadora, e os 27 alunos do 2° ano do ensino médio técnico em agropecuária do IFRS– *Campus* Ibirubá. Destes alunos 26 participaram da pesquisa e foram identificados aleatoriamente, por números, como aluno 01 à 26 para identificar suas resoluções, trabalhos realizados e opiniões.

Vale ressaltar a importância do curso Técnico em Agropecuária para a região, considerando a agricultura na área de abrangência do *Campus* Ibirubá. Os arranjos produtivos, ou seja, as atividades econômicas são baseadas principalmente em indústria e agricultura, atendendo às necessidades locais e regionais

No Projeto Pedagógico do Curso (PPC/2019) Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do IFRS, *Campus* Ibirubá, está previsto ações interdisciplinares, com atividades integradas entre conteúdos. Nesse sentido, relacionar os conceitos estudados em matemática com as disciplinas técnicas que utilizam a matemática como ferramenta em suas aulas, possibilita apresentar aos alunos diferentes olhares a um mesmo conteúdo. No componente curricular Infraestrutura Agropecuária, consta na ementa o tópico instrumento topográfico, que está diretamente relacionada com os conteúdos da trigonometria, abordados durante os experimentos.

Segundo André e Lüdke (1986), analisar os dados qualitativos significa trabalhar todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos das observações, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis

Nesse sentido, os autores sugerem que “a análise está presente em vários estágios da investigação, tornando-se mais sistemática e mais formal após o encerramento da coleta de dados” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.45).

---

[2]A COVID-19 é uma doença causada pela corona vírus, denominado SARS-CoV-2, que apresenta um espectro clínico variando de infecções assintomáticas a quadros graves. De acordo com a Organização Mundial de Saúde, a maioria (cerca de 80%) dos pacientes com COVID-19 podem ser assintomáticos ou oligo sintomáticos (poucos sintomas), e aproximadamente 20% dos casos detectados requer atendimento hospitalar por apresentarem dificuldade respiratória, dos quais aproximadamente 5% podem necessitar de suporte ventilatório.
Disponível em: <https://coronavirus.saude.gov.br/sobre-a-doenca#o-que-e-covid>. Acesso em 09 de set. de 2020.

A proposta deste trabalho foi o de colher dados a serem analisados a partir das aplicações das atividades propostas com o material concreto, resolução de problemas e questionários. Almejamos aprimorar a aprendizagem dos alunos instigando o aluno a pensar, gerar questionamentos, possibilitar ao aluno construir ideias ao invés de apresentar respostas prontas. É fundamental avaliar os resultados por meio de uma análise reflexiva.

Assim, primeiro foi enviado aos alunos um questionário de sondagem (Apêndice A) para verificar sobre o que já conheciam sobre a trigonometria e alguns tópicos do conteúdo. Na teoria da Aprendizagem significativa o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Realizar uma sondagem do que a turma já sabe e utilizar esse resultado como guia para orientar as atividades é a melhor estratégia para diagnosticar conhecimentos prévios, pois todos os alunos chegam na sala de aula com saberes do seu convívio social que colaboram para a construção do conhecimento. Neste aspecto as visões de Piaget, Vygotsky e Ausubel se complementam, do ponto de vista de que o sujeito-aprendiz-aluno é agente de seu próprio conhecimento e sua aprendizagem depende de seus conhecimentos prévios e da interatividade com o meio, que provocam novos significados para ele.

A partir desse diagnóstico foram elaboradas uma sequência de atividades, que em razão da pandemia, as aulas e os experimentos com o material concreto não aconteceram de forma presencial. Os conteúdos explorados foram: Semelhança de Triângulos; Razão e Proporção; Teorema de Pitágoras; Razões Trigonométricas (seno, cosseno e a tangente) e o Círculo Trigonométrico.

Realizamos 3 semanas de atividades, com momentos síncronos e assíncronos. No momento síncrono, propomos aulas diferenciadas. Inicialmente ocorreu a explicação do conteúdo matemático explorados nos experimentos. Foram resolvidos durante as aulas exercícios relacionados ao conteúdo e resoluções de problemas com questões retiradas dos livros didáticos, de vestibulares e ENEM, de anos anteriores, com a participação ativa dos alunos. Vários questionamentos foram sendo levantados para que os alunos refletissem e chegassem a resolução do problema com as informações que a questão disponha.

Também foram elaborados pela pesquisadora dois vídeos contando um pouco da história da matemática relacionada com o tema propondo um problema a ser resolvido, buscando assim, outra forma de interagir com o conteúdo.

Outros quatro vídeos foram produzidos: medidor de distância, altura do poste, régua trigonométrica e teodolito. Neles foram descritas as atividades, que impossibilitadas de serem realizadas presencialmente, pelo momento que vivemos, foram realizadas pela pesquisadora em sua casa. Nas filmagens apresentamos os materiais para a produção dos equipamentos, como foram construídos e a apresentação de como usar vinculado a uma situação problema.

Os vídeos medidores de distância e altura do poste, foram disponibilizados, aos alunos, como tarefa na primeira semana e proposto novas situações problemas. Já para as semanas seguintes, os vídeos régua trigonométrica e o teodolito foi solicitado a construção dos equipamentos com materiais recicláveis, desafiando-os a expor suas experiências, apresentando novas situações utilizando o material e registrando através de fotos. O passo a passo da construção dos vídeos, os problemas apontados, as circunstâncias apresentas e os objetivos pretendidos com os experimentos estão descritas em detalhes a seguir.

Ao final, também foi aplicado um questionário (Apêndice E) a fim de compilar as opiniões dos alunos sobre o que foi realizado, no sentido de compreender se as atividades proporcionaram qualidade na compreensão dos conceitos. Para a aprendizagem ser significativa, é indispensável que o aluno esteja predisposto a aprender, mostrando-se, assim, disposto a assumir o seu papel no processo de aprendizagem.

6.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS

Descreveremos a produção dos vídeos e todos os elementos que compõem cada uma das atividades utilizadas na implementação da pesquisa, apresentando as situações que foram submetidos, os materiais utilizados na construção do equipamento, o modo de usar e os objetivos pretendidos com cada atividade.

6.1.1 MEDIDOR DE DISTÂNCIA

No primeiro momento síncrono foi retomado o conteúdo semelhança de triângulos, relembrando: a definição, razão de semelhança, o teorema fundamental e os critérios de semelhança. Ocorreram atividades de perguntas e resposta entre pesquisadora e alunos, também foram resolvidos exercícios durante a aula e disponibilizado um tempo para responder as questões. Para a atividade da semana os alunos assistiram os vídeos, “medidor de distância” e “altura do poste”, resolveram os problemas proposto. Tendo como objetivos reconhecer a semelhança entre figuras planas a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas correspondentes. Identificar triângulos semelhantes, resolver situações-problemas envolvendo semelhança de triângulos e reconhecer as características de um triângulo quanto as medidas dos lados e dos ângulos.

Material utilizado para a construção do medidor de distância:

- Cinco pedaços de madeira, sendo três pedaços com 105 cm, um com 150 cm e mais um com 5 cm de comprimento.
- Cinco pitões.
- Uma fita métrica.
- Cola.

Para a construção do equipamento procedeu-se da seguinte forma:

1° colou-se a fita métrica na madeira de 150 cm a partir da medida de 1m.

2° juntou-se os 4 pedaços de madeira maiores formando um quadrado fixando-os com os pitões.

3° na madeira com 5 cm fixou-se bem ao meio um pitão, nomeado por mira móvel.

Um dos métodos mais antigos para a determinação de distância em Astronomia é o método da triangulação ou paralaxe. Durante muitos séculos este foi o método mais usado pelos astrônomos. O dicionário magno define paralaxe como “é a diferença na posição aparente de um objeto em relação a um plano de fundo, tal como visto por observadores em locais distintos ou por um observador em movimento”.

Os matemáticos da Antiguidade já se preocupavam com problemas deste tipo, e ao procurar meios menos engenhosos para solucioná-los, descobriram importantes relações entre as medidas dos ângulos e os lados de um triângulo. Estas relações mais tarde ficaram conhecidas como Trigonometria. A Trigonometria é útil para o estudo de qualquer polígono, pois qualquer um deles pode ser dividido em triângulos.

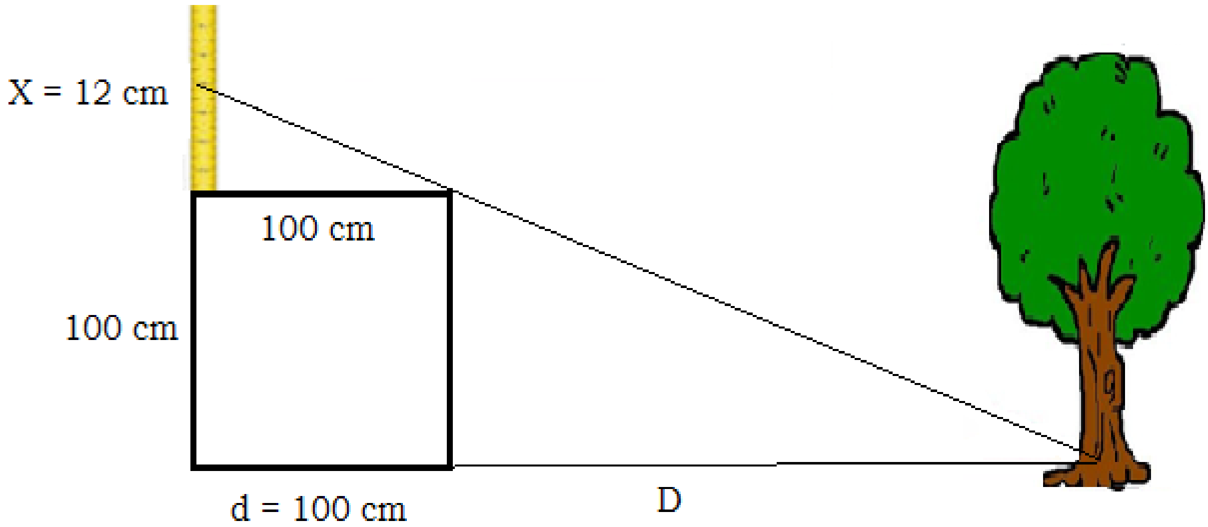
Segue o registro do equipamento utilizado para a produção do vídeo “medidor de distância”.

Figura 3: Medidor de Distância.

Fonte: Autora (2021)

Descrição do experimento realizado durante a filmagem do vídeo conforme a figura a seguir.

Figura 4:Ilustração da atividade medidor de distância



Fonte: Autora (2021)

Identificando a semelhança de triângulo, pelo critério AA (ângulo, ângulo), a distância X é a paralaxe da visão do observador para a árvore, então a distância do observador até a árvore será dada pela equação:

X = 12 cm (medida encontrada na mira móvel)

D =? (distância do instrumento até a árvore)

d = 100 cm (lado do instrumento)

$$\frac{12}{100} = \frac{100}{D}$$

$$12\,D = 10000$$

$$D = \frac{10000}{12}$$

$$D = 833{,}33 \text{ cm}$$

A distância do olho do observador até a árvore será dada pela expressão: D + d = 833,33 + 100 = 933,33 cm → media em metros 9,33 m.

O equipamento se mostrou com um bom nível de precisão, já que a distância real do observador até a árvore foi de exatamente 9,30m.

Apresentamos no Apêndice B a atividade da semana proposta aos alunos, através deste experimento, para posterior análise.

6.1.2 ALTURA DO POSTE

Também como atividade para ser entregue na 1° semana usamos o experimento altura do poste. Os objetivos dessa atividade foi o de identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problemas envolvendo semelhança de triângulos.

Utilizando a semelhança de triângulos podemos calcular indiretamente medidas inacessíveis. Foi explicado aos alunos que a origem dessa prática de medir alturas utilizando a sombra é atribuída a Tales de Mileto, um dos sete sábios da Grécia Antiga, e foi contado aos alunos por meio de um vídeo a lenda de Tales de Mileto e a altura da Pirâmide de Quéops.

Por meio de um recipiente com água, colocado a certa distância do poste, observou-se no centro do mesmo o topo do poste, formando assim dois triângulos imaginários e semelhantes conforme segue os registros das filmagens.

Figura 5: Reflexo do poste no prato com água

Fonte: Autora (2021)

Figura 6: Vídeo altura do poste

Fonte: Autora (2021)

Com o auxílio de uma trena, medir a distância da base do poste até o centro da vasilha (o ponto de simetria) e deste até aos pés do observador. Também a medida da distância dos olhos do mesmo até o chão, onde:

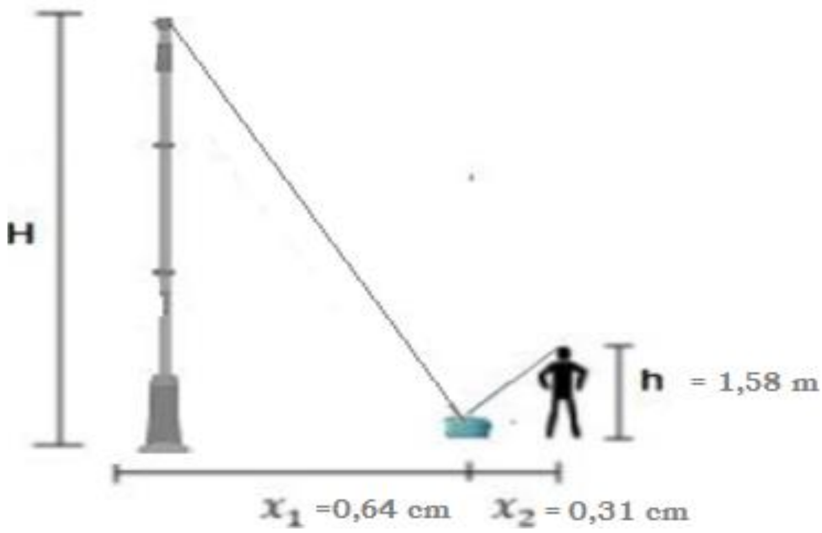
H =? (altura do poste).

x_1 = 0,64 cm (distância da base do poste até o centro da vasilha).

x_2 = 0, 31 cm (distância do centro da vasilha até o pé do observador).

h = 1,58 m distância dos olhos até o chão do observador.

Figura 7: Ilustração da atividade altura do poste



Fonte: Autora (2021)

Donde temos a seguinte relação:

$$\frac{H}{h} = \frac{x_1}{x_2}$$

$$\frac{H}{158} = \frac{0{,}64}{0{,}31}$$

$$0{,}31H = 0{,}64 \cdot 158$$

$$H = \frac{101{,}12}{0{,}31}$$

$$H = 326{,}19\ cm$$

Altura do poste será de 326,19 cm, convertendo a unidade de medida para metros será de aproximadamente 3,26 m.

O experimento presentou uma pequena diferença na medida da altura real, que é de 3,20m, o que representa quase 2% de erro, aceitável se considerando que foi utilizado um prato com água para determinar a altura do poste.

No apêndice C, apresentei as atividades da semana sugeridas aos alunos por meio desse experimento para análise posterior.

6.1.3 RÉGUA TRIGONOMÉTRICA

Na segunda semana foi enviado aos alunos o material com o conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo e círculo trigonométrico. A metodologia utilizada foi de uma aula dialogada, mediante a participação dos alunos com perguntas e respostas nos exemplos e também nos exercícios propostos. Ficaram no término da aula muitos questionamentos e algumas dúvidas. Foi então proposto, que assistissem ao vídeo e construiessem a régua trigonométrica e produzissem sua própria tabela com alguns valores, não precisavam ser exatos, e sim entender como se encontra esses valores.

Trabalhamos com material manipulável denominado régua trigonométrica. Movimentando-a é possível encontrar o valor do seno, cosseno e tangente de um determinado ângulo (0° à 360°). Propomos uma investigação a partir desse material, levando os alunos construir suas próprias conjecturas. Acreditamos ser um instrumento importante para motivar; inovar; auxiliar na construção do conhecimento; desenvolver o pensamento matemático; criar, confrontar e verificar hipóteses, desenvolver a criatividade, entre outras. Manipular os materiais permite aos alunos criar imagens mentais de conceitos abstratos.

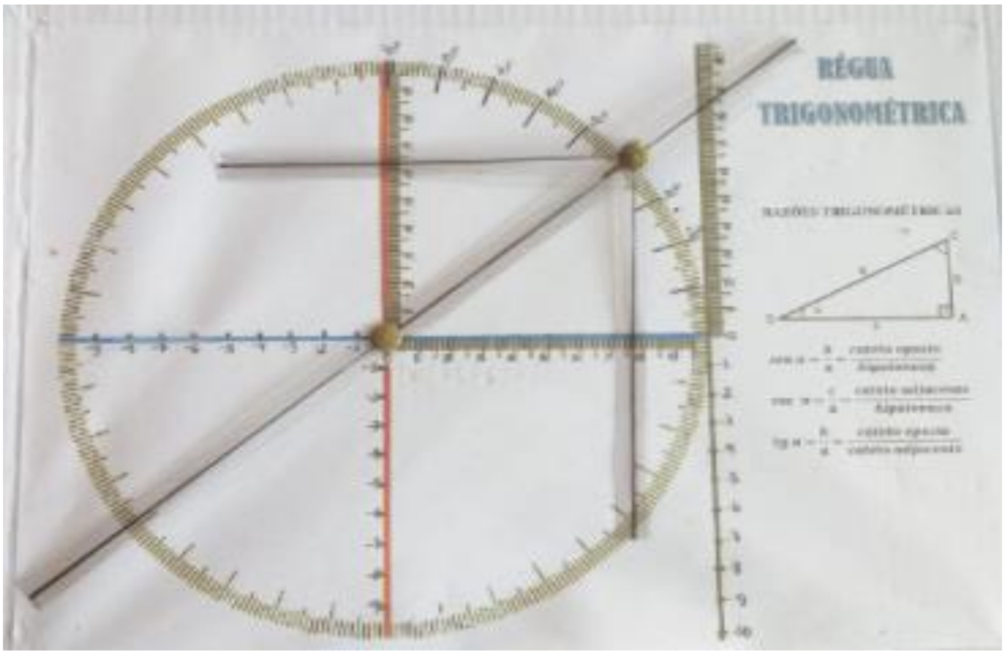
Material necessário:

- Folha impressa com o círculo trigonométrico;
- Tampa de caixa de papelão;
- Percevejo;
- Tiras de folha transparente a4;
- Cola;
- Canetinha.

O modelo de régua trigonométrica foi pensado para facilitar a compreensão do estudo de trigonometria: seno, cosseno e tangente. Com o círculo trigonométrico impresso e três braços mecânicos móveis, conforme a figura, obtém-se as razões trigonométricas.

Para a construção foi utilizado um círculo trigonométrico impresso colado sobre uma base (caixa de papelão). No centro do círculo foi fixado a primeira régua (tira transparente) principal, preso por um percevejo. As outras duas réguas (tiras transparentes), tomam o formato de um esquadro, que também são presas, entre si, por outro percevejo, e fica localizado sobre o círculo trigonométrico. Movimentando-se os braços mecânico, podemos identificar no círculo trigonométrico os diversos arcos, bem como os valores do seno, cosseno e tangente. Podemos observar também, que de acordo com a simetria do círculo trigonométrico temos que o eixo vertical corresponde ao seno e o eixo horizontal ao cosseno. Cada ponto dele está associado aos valores dos ângulos.

Figura 8: Régua Trigonométrica.



Fonte: Autora (2021)

O Círculo Trigonométrico é um recurso criado para facilitar a visualização destas razões entre os lados dos triângulos retângulos. Ele consiste em uma circunferência orientada de raio unitário, centrada na origem dos dois eixos de um plano cartesiano ortogonal, ou seja, um plano definido por duas retas perpendiculares entre si, ambas com o valor zero no ponto onde elas se interceptam. Existem dois sentidos de marcação dos arcos no círculo: o sentido positivo, chamado de anti-horário, mensurado a partir da origem; e o sentido negativo, ou horário, que é o sentido contrário ao anterior.

Está descrita no apêndice D, as orientações para a atividade da semana.

6.1.4 TEODOLITO

Iniciamos a terceira aula com a retomada do conteúdo razões trigonométricas no círculo trigonométrico e um novo material preparado pela pesquisadora, para auxiliar nas dúvidas que haviam surgido. Entretanto, os alunos relataram que o vídeo enviado e a construção e manipulação da régua trigonométrica auxiliou na compreensão e que estava fazendo sentido o que não haviam entendido anteriormente.

O teodolito foi o tema abordado na aula síncrona. Este momento foi específico de resoluções de problemas, sendo todos referente ao teodolito, uma aula dialogada onde os alunos participaram de forma ativa, sugerindo e propondo soluções nas questões sugeridas, como ressaltamos no capítulo 5 que a resolução de problemas possui características fundamentais para o ensino, sendo relevante, a importância da utilização dessa metodologia nesse processo.

O teodolito é um instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais, muito usado na Topografia, para medir distâncias de terrenos. A atividade com o teodolito caseiro, tem por objetivo mostrar ao aluno uma aplicação das relações trigonométricas, mais especificamente sobre a relação métrica tangente, e proporcionar ao aluno um contato real com o que é estudado em sala de aula, utilizando o teodolito como ferramenta para se obter medidas inacessíveis.

Material necessário:

- Um copo de plástico com tampa.
- Uma caixa vazia ou pedaço de papelão.
- Cópia impressa de um transferidor.
- Um pedaço de arame fino com cerca de 15 centímetros de comprimento.
- Um canudo de plástico.

- Cola, tesoura e régua.

Para construir o teodolito siga os passos a seguir:

1) Traçar bem ao meio da caixa ou o papelão uma reta, que servirá de direção para colar a figura impressa do transferidor.
2) Colar a cópia do transferidor sobre a caixa.
3) A tampa do copo servirá de base para a rotação do teodolito e deverá ser colada, de cabeça para baixo, de modo que seu centro coincida com o centro do transferidor, o que dará mais precisão ao teodolito.
4) O arame fino será o ponteiro do teodolito que permitirá fazer a leitura em graus no transferidor. Para instalá-lo, faça dois furos diametralmente opostos na lateral do copo, próximo de sua boca, passe o arame pelos furos deixando-o atravessado no copo.
5) O canudo de plástico será a mira por onde você avistará os pontos a serem medidos. Cole o tubo na base do copo, de forma que ele fique paralelo ao ponteiro (arame fino).
6) Finalize encaixando o copo na tampa. A versão caseira funciona como o aparelho verdadeiro. Com ele, você mede, a partir da sua posição, o ângulo formado entre dois outros pontos. Na horizontal ou na vertical, basta alinhar a indicação 0° do transferidor com um dos pontos e girar a mira até avistar o outro ponto. O ponteiro indicará de quantos graus é a variação.

O Teodolito é um instrumento caro e a maioria das escolas não dispõe de exemplares. A saída então para o professor é recorrer à sua construção com material reciclável. A margem de erro para a finalidade à qual será aplicada o seu uso é desprezível. O Teodolito possibilita realizar medições de ângulos tanto na vertical como na horizontal.

Com uma trena iremos medir a distância do teodolito até o coqueiro, considerando que a altura onde o teodolito marca 0° grau, corresponde à altura do tripé:

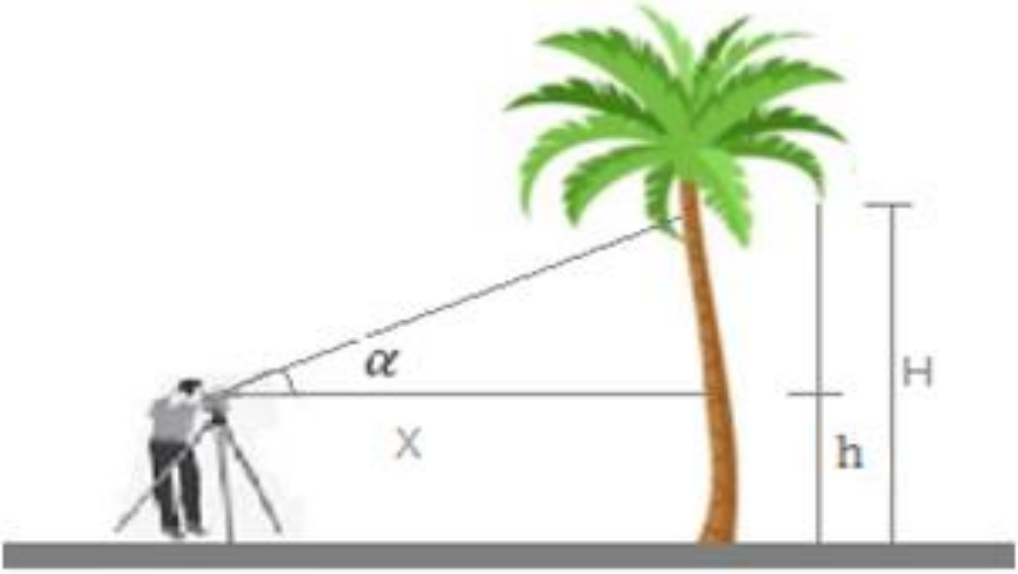
h = 1,28 m (altura do tripé).

$H \rightarrow ?$ (altura do coqueiro).

x = 4 m (distância do teodolito até o poste).

α= 27° (ângulo)

Figura 9: Ilustração da atividade teodolito.

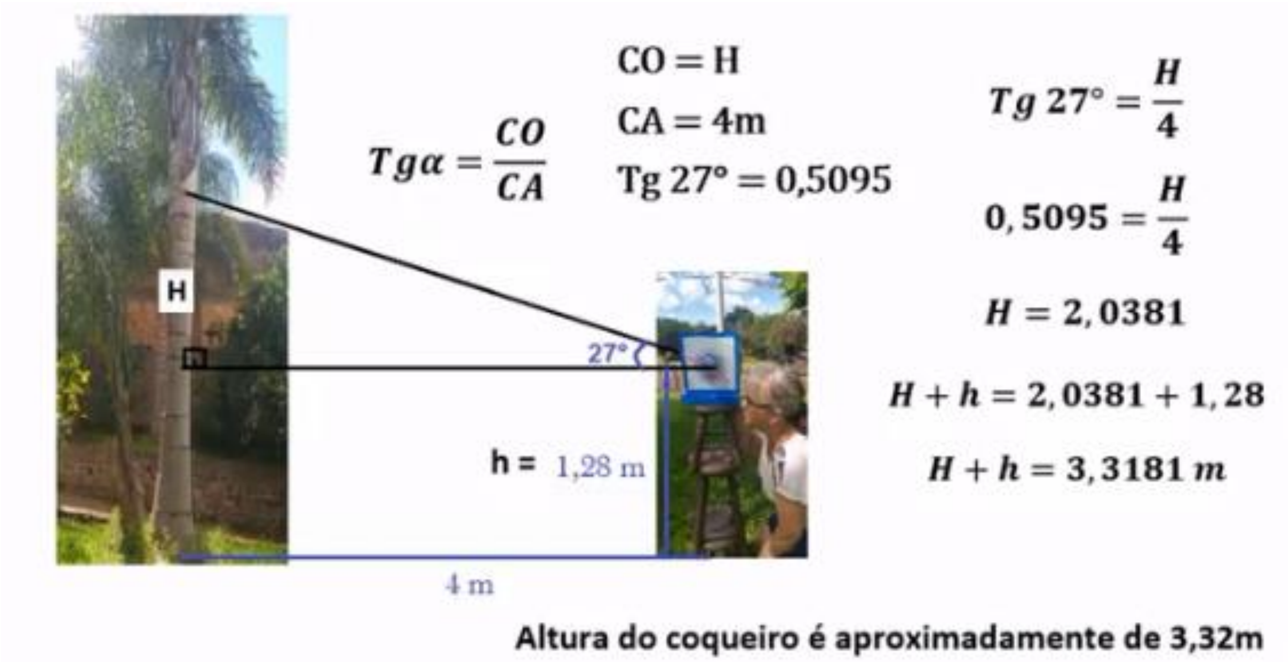


$$tg\alpha = \frac{H}{x} \rightarrow \ H = xtg\alpha$$

Fonte: Autora (2021)

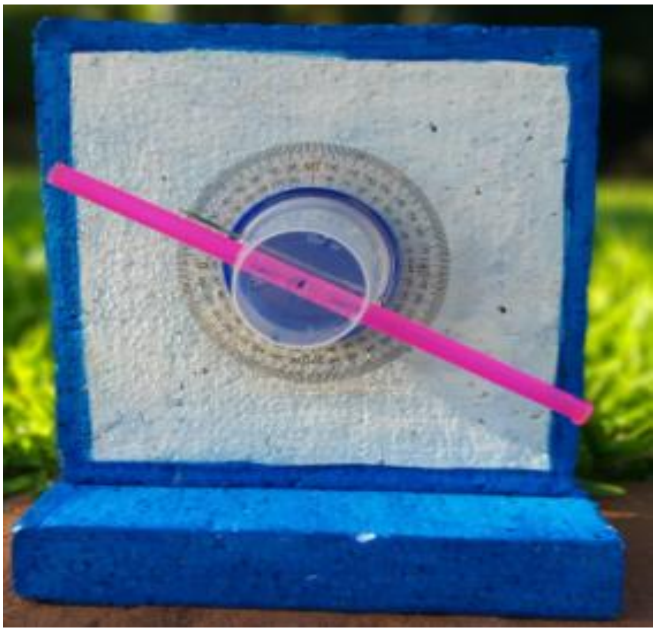
Registos da filmagem na produção do vídeo do experimento com o teodolito apresentado nas figuras abaixo.

Figura 10: Vídeo Teodolito



Fonte: Autora (2021)

Figura 11: Teodolito



Fonte: Autora (2021)

Buscando explicar e entender a matemática, utilizou-se o Teodolito como ferramenta no ensino da trigonometria, essa ferramenta de ensino proporciona aos alunos a compreensão da trigonometria no triângulo retângulo. Os conceitos matemáticos podem ser explicados em diversas áreas, sendo uma delas a Agropecuária. Na grade do curso Técnico em Agropecuária, é contemplada a disciplina Instrumentos Topográficos e durante o estudo dessa disciplina, os alunos utilizam os conhecimentos Trigonométricos.

No apêndice E, a atividade da semana proposta aos alunos, através deste experimento, para análise do desenvolvimento da atividade.

7. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

É na análise e interpretação dos dados que encontraremos significado e respostas ao que está sendo pesquisado. A análise será interpretativa e descritiva, conforme Bogdan e Biklen (1994), o investigador analisa os dados de forma minuciosa, preocupando-se com os detalhes. As transcrições de entrevistas, as fotografias, as anotações, os vídeos e os documentos fazem parte dos dados obtidos.

Este capítulo apresenta a análise detalhada dos resultados obtidos em cada uma das atividades com o material concreto, descritos no capítulo anterior, na resolução dos problemas propostos e da análise do diagnóstico inicial que verificou os conhecimentos prévios dos alunos, buscamos analisar esses dados em toda sua complexidade, respeitando ao máximo a forma como foram registrados ou transcritos.

7.1 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO SOBRE OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS

Na teoria da aprendizagem significativa o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Realizar uma sondagem do que a turma já sabe e utilizar esse resultado como guia para orientar as atividades é a melhor estratégia para diagnosticar conhecimentos prévios, pois todos os alunos chegam na sala de aula com saberes do seu convívio social que corroboram para a construção do conhecimento. Propor situações-problema, desafios que os obriguem a mobilizar o conhecimento que possuem para resolver determinada tarefa.

Neste aspecto as visões de Piaget, Vygotsky e Ausubel se complementam, do ponto de vista de que o sujeito-aprendiz-aluno é agente de seu próprio conhecimento e sua aprendizagem depende de seus conhecimentos prévios e da interatividade com o meio, que provocam novos significados para ele.

No início do 1° ciclo foi enviado um questionário aos alunos para identificar o que já sabiam sobre a trigonometria, se já tiveram algum contato com a disciplina e se conseguiam identificar a trigonometria no seu cotidiano. A Turma do 2° ano da Agropecuária é composta por vinte sete alunos. Destes 24 responderam ao questionário enviado.

Questionados sobre já ter estudado trigonometria durante a vida escolar, dezesseis alunos responderam que sim, que já haviam estudado o conteúdo no ensino fundamental, sendo que dois deles responderam que viram o tema em um cursinho na internet e não na escola. Os outros 9 alunos disseram não lembrar ou não ter visto o conteúdo.

Foram selecionadas algumas respostas dadas pelos alunos, identificados por números para preservar o anonimato dos mesmos:

Aluno 03:

RESPOSTA 1: No ensino fundamental, não aprendi sobre trigonometria, apenas estudei durante o cursinho que fiz. Nele, prendi Teorema de Pitágoras, Leis dos Senos, Cossenos e Tangentes. Em relação às funções trigonométricas, aprendi sobre Cateto adjacente, Cateto oposto, Hipotenusa, Seno, Cosseno e Tangente. Não aprendi sobre Cotangente, Cossecante e Secante. Também não aprendi sobre Círculo trignométrico.

Aluno 07:

Não possuo conhecimento nesta matéria, pois nunca a estudei! Com uma breve pesquisa na internet vejo que a trigonometria estuda as relações entre ângulos e lados dos triângulos.

Aluno 22:

1- Sei poucas coisas, sei que estuda os lados de um triângulo, o contato que tive foi no 9º ano do ensino fundamental, quando aprendi sobre o teorema de Pitágoras.

O resultado desta questão mostra que a abordagem da trigonometria nem sempre é contemplado no ensino fundamental mesmo sendo de grande importância para o ensino, conforme Souza (1998), matemática é uma ciência que tem por objetivo estudar os números e as grandezas, a medida e as propriedades destes.

Em relação a segunda questão, onde percebem a trigonometria no seu cotidiano, vinte quatro alunos responderam que conseguem ver a trigonometria em algumas situações aplicada. Algumas respostas foram que a trigonometria pode ser vista nas medições de lavoura, nas tesouras das casas e galpões, nas escadas e rampas, medições de alturas e distâncias. Somente quatro alunos disseram "não observar a trigonometria na sua rotina", ou "não parei para analisar", e ainda que "não visualizo os triângulos". Segue algumas respostas selecionadas, dadas pelos alunos:

Aluno 14:

2) Nunca parei para observar a trigonometria em situações do meu dia a dia.

Aluno 19:

Não, pois apesar de saber um pouco como faz os cálculos ainda não consigo visualizar os triângulos, tanto é que minha dificuldade maior não é os cálculos, mas sim a identificação do problema.

Aluno 23:

2- Sim. Na construção civil, esportes, calcular áreas, topografia, posição do Sol, para saber a sombra do mato sobre a lavoura ou da casa sobre a horta

Na questão 3 os alunos precisavam identificar a figura geométrica, um triângulo com um ângulo reto, e citar os elementos que compõem essa figura. O objetivo dessa tarefa é identificar o conhecimento dos alunos sobre o triangulo retângulo e seus elementos. Os triângulos retângulos são de grande importância no desenvolvimento da humanidade pois sempre tiveram aplicações na vida prática, uma vez que é possível estabelecer uma série de relações entre seus elementos. A trigonometria é a parte da matemática que estuda as relações existentes entre os lados e os ângulos dos triângulos.

Das 24 respostas, somente dois alunos não identificaram corretamente a classificação do triângulo quanto aos ângulos, relatando se tratar de um triângulo escaleno. Os demais alunos acertaram todos os elementos de forma correta.

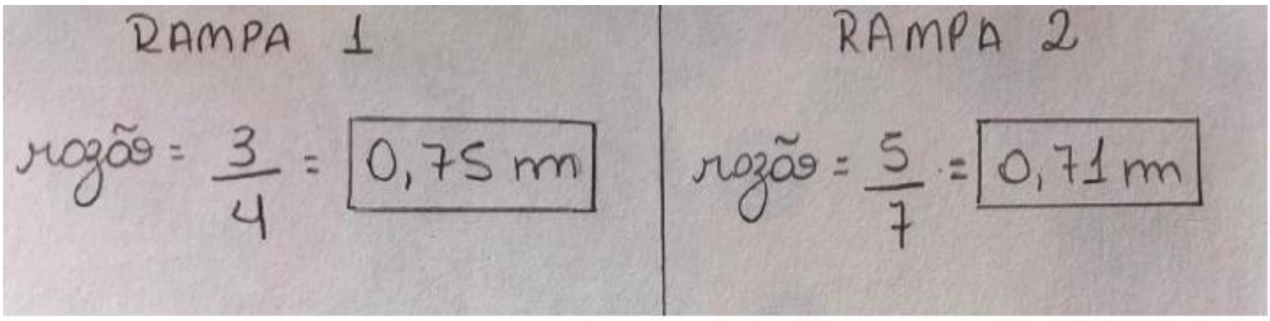
Já na questão 4, foi oferecido um desafio aos alunos, onde precisavam identificar, entre as duas figuras, qual rampa seria a mais íngreme, sem identificar o ângulo de inclinação somente dois lados das figuras. O objetivo dessa questão é perceber qual estratégia os alunos usariam para resolver o problema e de que forma o conhecimento que o aluno já tem pode se relacionar como os novos conceitos.

Nesta questão houve várias respostas diferentes. Alguns alunos usaram a razão trigonométrica tangente mesmo relatando nunca haver estudo trigonometria antes, o que remete a pensar em cópia de colega ou pesquisa na internet.

Das 24 respostas, cinco responderam que a razão entre os lados da figura, altura da rampa e o seu afastamento, encontraria o índice de subida, onde concluíram que quanto maior o índice de subida, mais íngreme é a rampa. Quatro alunos usaram a lógica para responder, e concluíram que se o afastamento da rampa maior foi de 3 m e a altura foi só de 2m então a inclinação da segunda figura foi menor. A estratégia que estes alunos usaram para chegar a resposta foi correta.

Selecionamos algumas respostas dadas pelos alunos:

Aluno 04:



Assim concluímos que a rampa 1 é mais íngreme que a rampa 2.

Aluno 09:

O primeiro, devido que a 2° figura tem mais 3m na base e mais 2m no lado ou seja a diferença da base e altura da 2° figura é maior, creio eu que por essa diferença ser menor da figura 1°, a figura 1 seja mais íngreme.

Aluno 13:

a primeira figura possui um angulo levemente maior, usei a seguinte logica se eu aumentar 1 metro de base na primeira figura terei que aumentar 0,75m na altura, se eu igualar a base do primeiro triangulo com o segundo 7m, a altura do primeiro triangulo será de 5,25m sendo assim levemente mais ingreme.

Dos outros quinze alunos, três responderam que as figuras são iguais, portanto com a mesma inclinação, somente uma maior que a outra. Dois alunos usaram o teorema de Pitágoras para encontrar a resposta, mas de maneira equivocada relacionaram a medida encontrada com a medida do ângulo. Dois alunos deduziram que se a figura 2 é maior a inclinação também será maior e um aluno concluiu que se a figura 1 é menor então a inclinação deveria ser maior. E por fim 7 alunos justificaram não saber resolver a questão. Segue algumas respostas apresentada pelos alunos:

Aluno 14:

Rampa ①	Rampa ②
$H = 4^2 + 3^2$	$H = 7^2 + 5^2$
$H = 16 + 9$	$H = 49 + 25$
$H = 25°$	$H = 74°$

Aluno 15:

Acho que as duas são iguais, pois ambas estão em 90°, só que uma é maior que a outra

Aluno 22:

tg(a) = catito oposto/catito adjacente

$tg(a) = \frac{4}{3} = 36,8°$

$tg(a) = \frac{7}{5} = 54,4°$

Aluno 12:

Essa eu não sei professora ☹

O resultado deste dado nos leva a pensar na expressão que diz que o aluno não é uma “tábua rasa”. Ninguém é vazio de conhecimento sobre o que está sendo ensinado, a aquisição de conhecimentos é próprio de todo ser humano e acontece além da escola.

Cada pessoa é única e tem sua própria história de vida ditada por fatores culturais e sociais. Portanto, cada aluno tem seu próprio caminho, que é a bagagem que seve ser considerada no processo de aquisição do conhecimento. Para Lev Vygotsky, segundo Moreira “o desenvolvimento cognitivo não pode ser entendido sem referência ao contexto social, histórico e cultural em que ocorre” (2011, p.31).

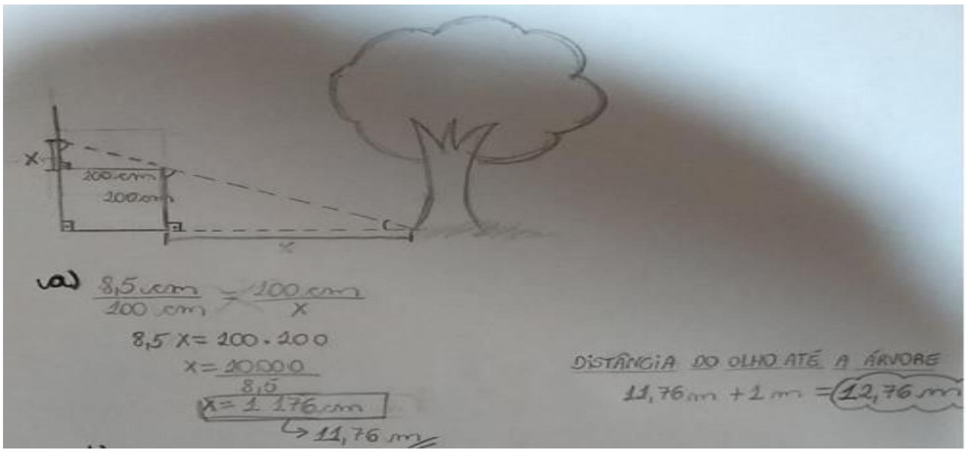
7.2 ATIVIDADE COM O MEDIDOR DE DISTÂNCIA

Para esta atividade, foi gravado um vídeo explicando a construção do equipamento e a forma como utiliza-lo. A pesquisadora criou uma situação problema, medir a distância do equipamento até uma árvore. No vídeo também consta a explicação de como encontrar os triângulos semelhantes e como resolver o problema usando a razão entre os lados dos triângulos semelhantes.

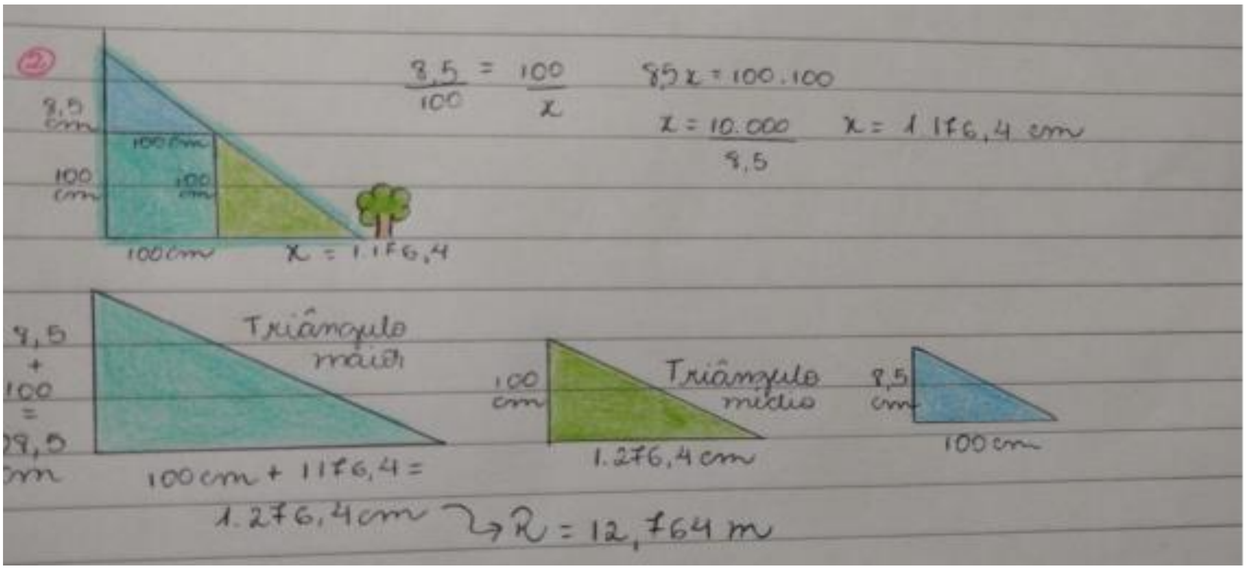
A tarefa dos alunos nesta atividade foi encontrar na questão “a” outra distância até a árvore, quando na mira móvel do equipamento resultava em outra medida, e na questão “b” qual seria o valor encontrado na mira móvel quando a árvore se encontrava a determinada distância.

Vinte seis alunos participaram desta atividade. Na questão “a” vinte quatro alunos responderam corretamente, o que leva a acreditar que compreenderam o conceito de semelhança de triângulo envolvida na questão. Um aluno não respondeu a essa questão e um não chegou à resposta. Apresentamos a seguir algumas das respostas dos alunos nesta questão:

Aluno 05:

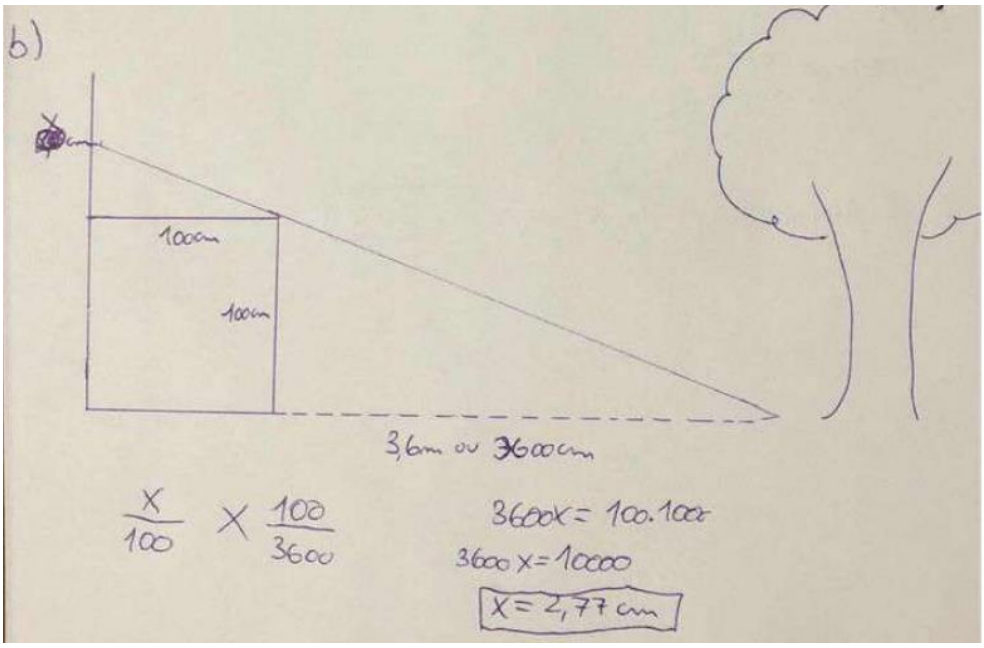


Aluno 21



Já na questão “b”, cinco alunos não relacionaram os triângulos semelhantes, esquecendo de adicionar ao triângulo maior o valor do lado do equipamento mais a medida da mira móvel, chegando a um resultado equivocado. Na análise deste dado concluímos que o aluno não compreendeu integralmente o conteúdo. Outro fato que pode ter contribuído para o equívoco é que o problema estava em outro contexto daquele que foi apresentado no vídeo.

Resposta do aluno 08:



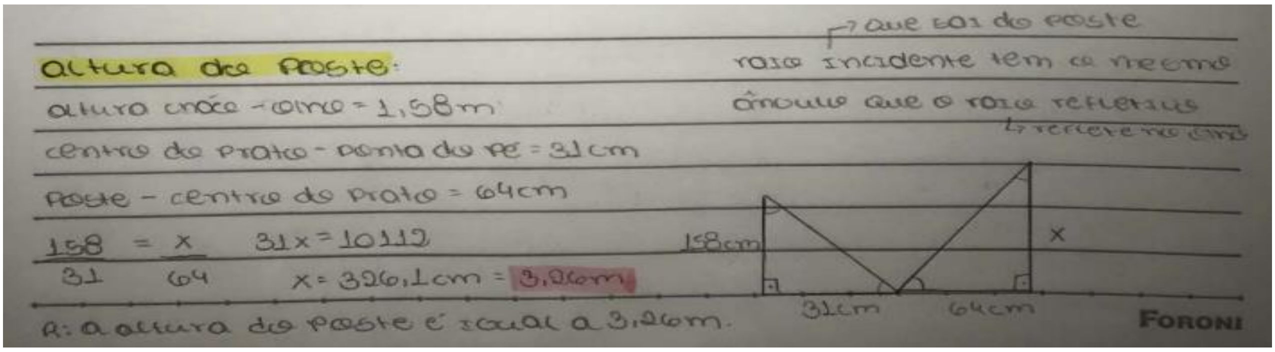
7.3 ATIVIDADE COM A ALTURA DO POSTE

Esta atividade consiste em medir alturas através da semelhança de triângulo. Foi produzido um vídeo, e apresentado aos alunos uma situação problema. O objeto escolhido para medir a altura foi um poste. Primeiro foi posicionado o prato com fundo preto e com água para fazer um espelho d’água entre a pesquisadora e o poste. Foram dadas as medidas da altura do observador que se posicionou entre o espelho e o objeto, da distância entre o observador e o prato e entre o prato e o poste a ser medido. Com posse destas informações os alunos tinham a tarefa de realizar o cálculo da altura do poste utilizando a semelhança dos triângulos. O objetivo da tarefa foi utilizar a semelhança de triângulos para cálculo de distâncias inacessíveis, compreender o que é semelhança e identificar a semelhança de triângulo em uma situação prática.

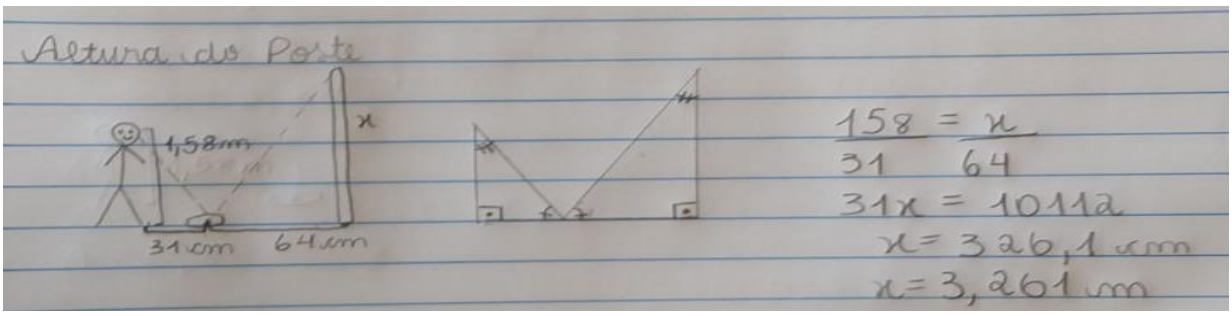
Os vinte seis alunos interpretaram corretamente o enunciado para resolver a questão. Entenderam as condições necessárias para que dois triângulos imaginários sejam semelhantes, onde deve existir proporcionalidade entre seus lados correspondentes, além de ângulos correspondentes congruentes. Os objetivos desta atividade foram alcançados mostrar aos alunos que existe a possibilidade de se utilizar de meios acessíveis para aplicarem na prática o conteúdo estudado.

Foram selecionadas duas respostas dadas pelos:

Aluno 05:



Aluno 18:



7.4 ATIVIDADE COM A RÉGUA TRIGONOMÉTRICA

A utilização desse material possibilita o desenvolvimento da capacidade de análise e compreensão dos conceitos envolvidos, ou seja, a interação diretamente com a régua trigonométrica, pode ser um facilitador no entendimento das razões trigonométricas no círculo trigonométrico.

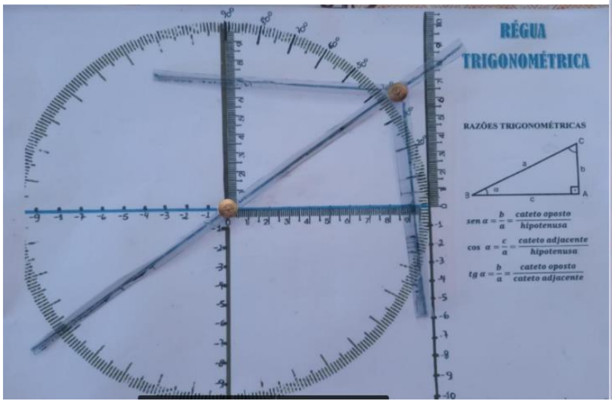
Foi produzido um vídeo explicando aos alunos, o material necessário para a construção da régua, de como construir sua própria régua e como manipular o material. Movimentando-a é possível observar os valores do seno, cosseno e tangente simultaneamente de um determinado ângulo.

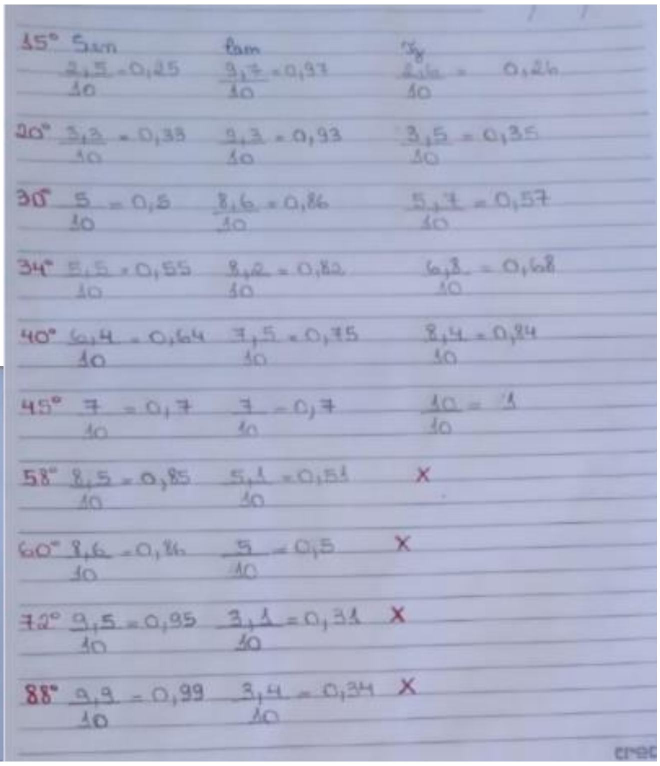
Para a atividade da semana foi explicado aos alunos que tabela trigonométrica serve para consultar o valor numérico dos ângulos e que para cada medida de ângulo encontramos um valor correspondente das razões trigonométricas, ou seja, seno, cosseno e tangente. Foi proposto construir a régua trigonométrica e compor uma tabela trigonométrica com dez medidas em graus, utilizando as respectivas definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo dado. Vinte quatro alunos, participaram da atividade. Destes dezesseis alunos registraram a construção da régua através de fotos, da régua e da tabela. Os demais alunos apenas apresentaram a construção da tabela, desta forma não se pode afirmar se foi uma cópia ou um esquecimento no registro da atividade ou se resolveram diretamente na calculadora.

Na análise das atividades devolvidas pelos alunos, podemos observar que houve pequenas discrepâncias nos resultados encontrados nos valores das razões trigonométricas para o mesmo ângulo. Diferenças essas aceitáveis por se tratar de um equipamento construído com materiais simples e, portanto, não possui uma precisão perfeita, mas demonstra que os alunos realmente interagiram com material para encontrar os valores propostos. Portanto, consideramos o resultado da atividade positiva, tendo em vista que a régua trigonométrica é uma ferramenta que pode contribuir para a construção de conceitos trigonométricos e a manipulação do material permite aos alunos criar imagens mentais de conceitos abstratos.

Apresentamos a seguir a construção da régua trigonométrica pelos alunos, com os vários materiais que utilizaram para a construção do equipamento e a tabela com os valores do seno, cosseno e tangente, que encontraram com o auxílio do equipamento.

Aluno14:



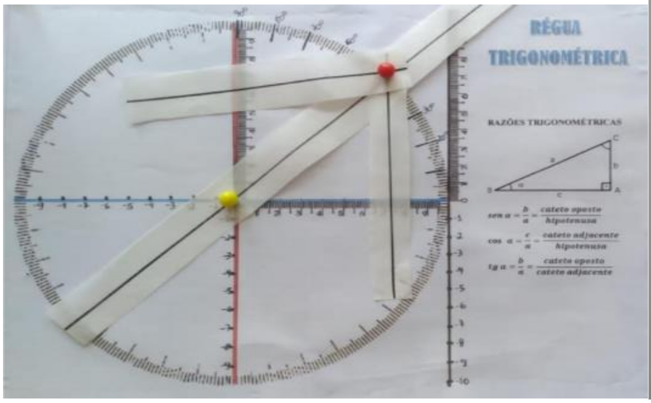


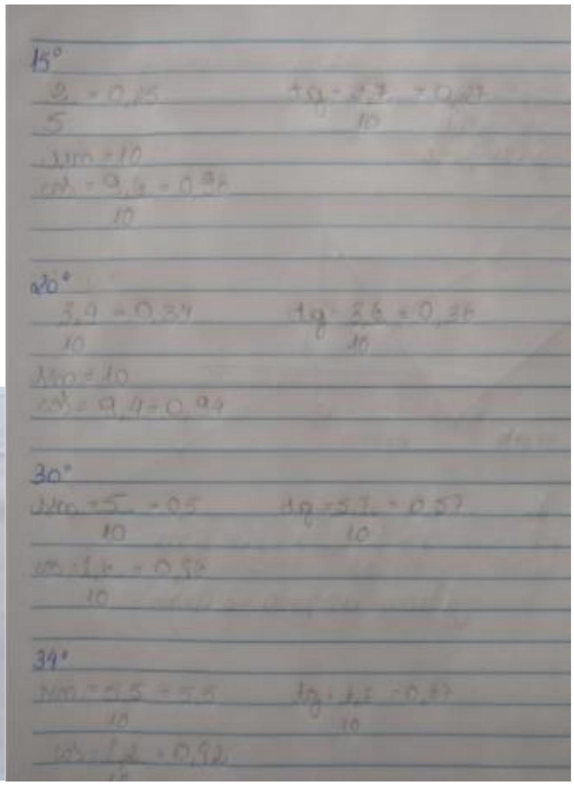
	Sen	Cos	Tg
15°	$\frac{2,5}{10}$ = 0,25	$\frac{9,7}{10}$ = 0,97	$\frac{2,6}{10}$ = 0,26
20°	$\frac{3,3}{10}$ = 0,33	$\frac{9,3}{10}$ = 0,93	$\frac{3,5}{10}$ = 0,35
30°	$\frac{5}{10}$ = 0,5	$\frac{8,6}{10}$ = 0,86	$\frac{5,7}{10}$ = 0,57
34°	$\frac{5,5}{10}$ = 0,55	$\frac{8,2}{10}$ = 0,82	$\frac{6,8}{10}$ = 0,68
40°	$\frac{6,4}{10}$ = 0,64	$\frac{7,5}{10}$ = 0,75	$\frac{8,4}{10}$ = 0,84
45°	$\frac{7}{10}$ = 0,7	$\frac{7}{10}$ = 0,7	$\frac{10}{10}$ = 1
58°	$\frac{8,5}{10}$ = 0,85	$\frac{5,1}{10}$ = 0,51	X
60°	$\frac{8,6}{10}$ = 0,86	$\frac{5}{10}$ = 0,5	X
72°	$\frac{9,5}{10}$ = 0,95	$\frac{3,1}{10}$ = 0,31	X
88°	$\frac{9,9}{10}$ = 0,99	$\frac{3,4}{10}$ = 0,34	X

Aluno 17:

	sen	cos	tg
15°	0,25	0,96	0,27
20°	0,34	0,94	0,36
30°	0,5	0,86	0,57
34°	0,55	0,82	0,67
40°	0,64	0,76	0,83
45°	0,7	0,7	1
58°	0,84	0,52	X
60°	0,86	0,5	X
72°	0,95	0,3	X
88°	0,99	0,03	X

Aluno 20:

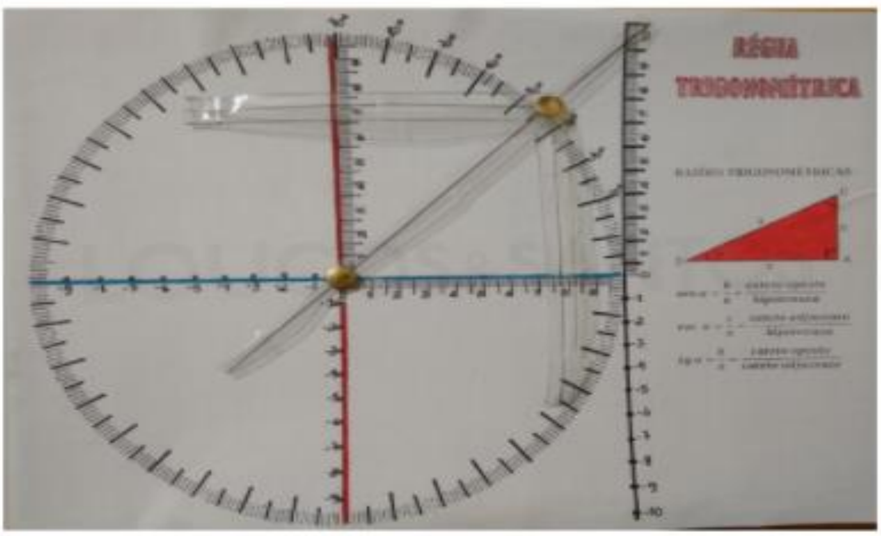


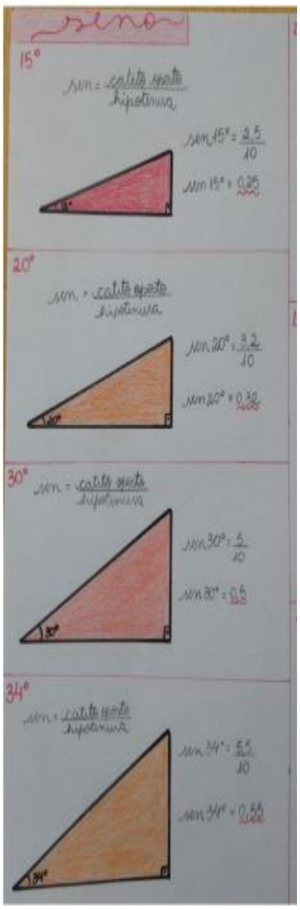


Aluno 21:

ÂNGULO	SENO	COSSENO	TANGENTE
15°	0,25	0,9	0,3
20°	0,32	0,89	0,4
30°	0,5	0,82	0,6
34°	0,55	0,81	0,64
40°	0,62	0,73	0,85
45°	0,7	0,65	1
58°	0,85	0,5	X
60°	0,87	0,46	X
72°	0,95	0,25	X
88°	1	0,01	X

MINHA RÉGUA TRIGONOMÉTRICA





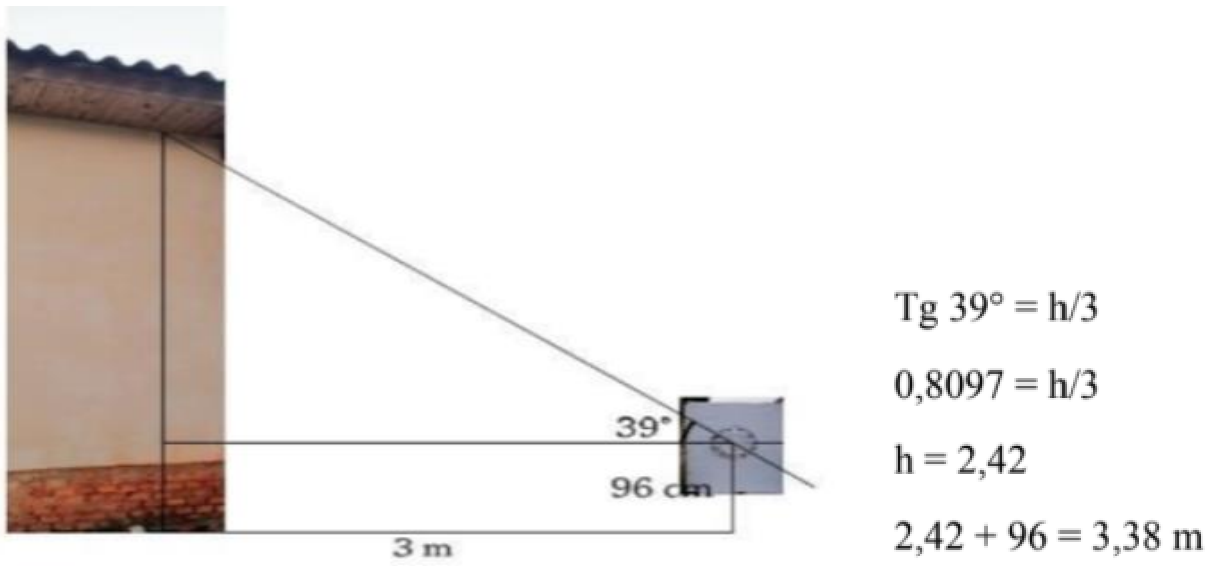
7.5 ATIVIDADE COM O TEODOLITO

O planejamento para utilização de materiais concretos deve ser acompanhado de ensino teórico, possibilitando aos alunos, relacionar a teoria com a prática. Como a atividade da semana foi sugerida a construção do teodolito e a apresentação e descrição de uma situação real escolhida pelo aluno, esse processo estimula o aluno a pensar, analisar, argumentar e desenvolver meios para efetuar a tarefa.

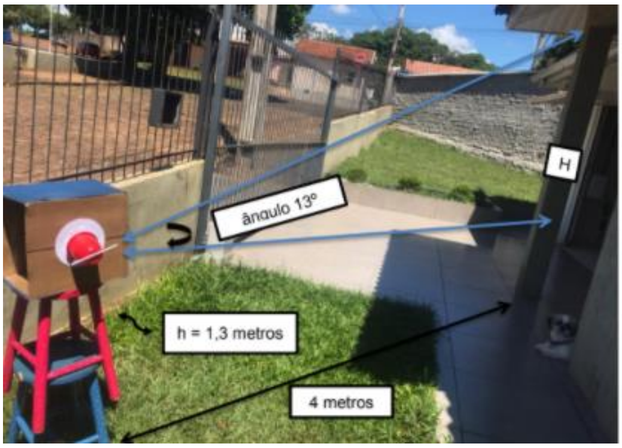
Vinte e quatro alunos, retornaram a tarefa proposta com o teodolito, com registro do cálculo da situação escolhida e fotos do equipamento construído por eles. Os cálculos foram resolvidos corretamente por todos os participantes, utilizando corretamente a relação trigonométrica tangente. Nessa perspectiva percebemos que a utilização do recurso didático contribuiu para a construção do conhecimento e para reforçar a aprendizagem obtida durante as aulas. Esse tipo de abordagem ajuda a desenvolver a capacidade do aluno de relacionar os conteúdos matemáticos aprendidos em sala de aula com situações observadas no dia a dia. Além disso, proporciona aos alunos estabelecer relação da teoria com as aplicações práticas, como sugere as orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares PCN+ para o ensino da trigonometria, exposto no capítulo 5 deste trabalho.

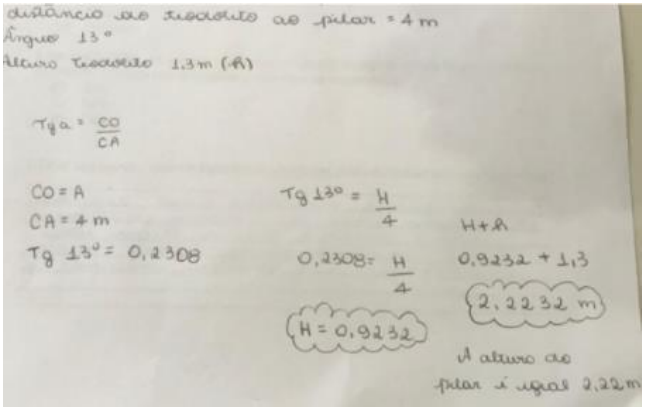
Segue alguns registros dos alunos

Aluno 03:



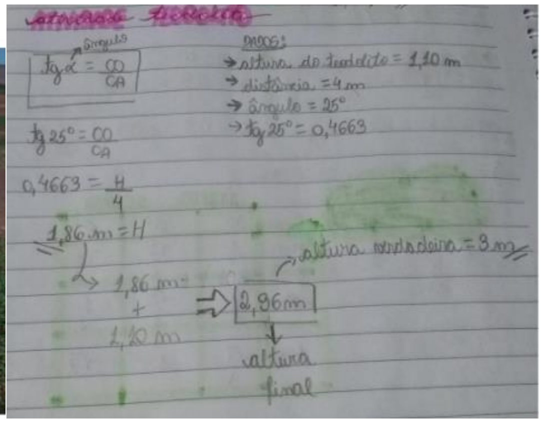
Aluno 11:





Alunos 01:

Optei por medir o galpão aqui de casa, porém resolvi medir até a listra amarela, a qual esta identificada na imagem a seguir. No final dos cálculos, encontrei a altura do galpão como sendo 2,96 metros, mas a altura real era 3 metros. Concluindo, tive um resultado próximo d medida real.

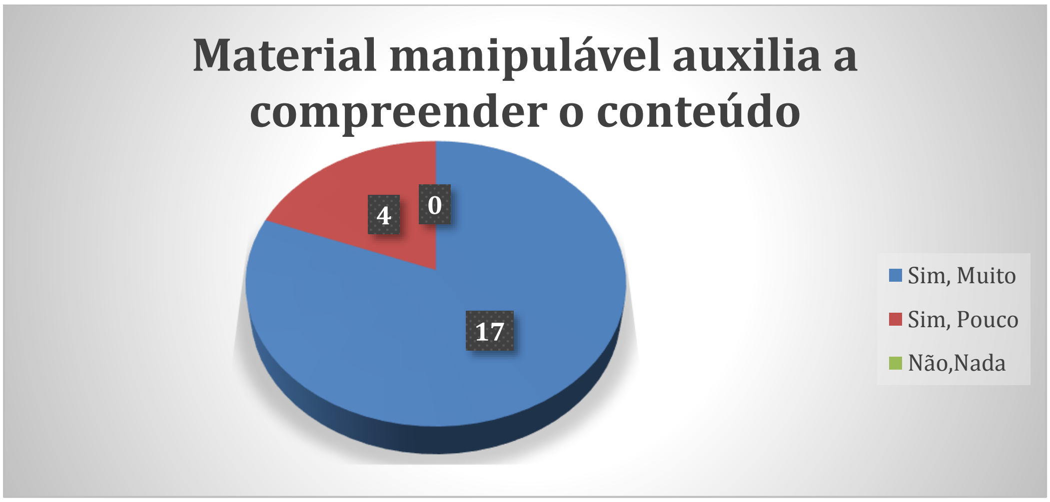


7.6 QUESTIONÁRIO FINAL

Para finalizar as atividades foi proposto um questionário composto por 5 perguntas fechadas, com três opções de escolha e uma questão aberta onde os alunos puderam responder de forma espontânea, usando linguagem própria para emitir suas opiniões. O questionário aplicado teve o propósito de obter informações sobre o problema da pesquisa, investigar se o material concreto auxilia os alunos a construírem uma aprendizagem significativa em trigonometria? Também se conseguimos alcançar os objetivos geral e específicos pretendidos com o material utilizado, visando analisar se os equipamentos auxiliam os alunos a construírem uma aprendizagem significativa, buscando melhorar a aprendizagem de trigonometria, a desafiar os alunos a interprestarem, a criticarem, a questionarem, a discordarem e proporem soluções nos resultados obtidos durante os experimentos realizados. E, verificar quais as melhorias necessárias nos materiais concretos utilizados nas aulas práticas, para melhor explorar o recurso. Os resultados quantitativos das perguntas fechadas e aberta feitas no questionário final, podem ser observados nos 5 gráficos apresentados a seguir, um para cada questão. Participaram da atividade 21 alunos.

O primeiro questionamento feito aos alunos foi se o material manipulável auxilia na compreensão do conteúdo. Na opinião dos alunos, 17 manifestaram que o material concreto auxiliou muito na compreensão do conteúdo e 4 deles que contribuiu, mas em menor proporção, ou seja, sim auxiliou, mas pouco. Consideramos esse dado como um bom resultado já que representa 81% de aceitação. Portanto, o uso de material concreto auxilia nas dificuldades e nas lacunas de aprendizagem, visto que permite ao aluno ser ativo na construção do conhecimento. Segue o gráfico para melhor visualizar os dados referentes e esse questionamento.

Figura 12: Gráfico da questão 1



Fonte: Autora (2021)

Na segunda questão, o questionamento efetuado foi relativo aos materiais utilizados nos vídeos e durante as aulas ministradas nos momentos síncronas. Das 21 respostas recebidas, 15 alunos manifestaram que o material utilizado nos vídeos e os instrumentos usados nas aulas diferenciadas, foram ótimas, o que representa 71% de aceitação, e 6 alunos se pronunciaram como bom. Ao analisar esse dado, percebemos que precisamos usar recursos diversos para conseguir chegar até aos alunos, estamos vivendo um momento diferente, os alunos enfrentam muitas dificuldades com aulas não presenciais, professores precisam se adequar à uma nova realidade, um momento de novas experiencias. Trouxemos um gráfico para melhor visualizar o resultado desta análise.

Figura 13: gráfico da questão 2

Fonte: Autora (2021)

Na questão 3, foi perguntado aos alunos se gostariam de realizar os experimentos de forma presencial. Um aluno respondeu “talvez”, mas na questão 6, relata “na minha opinião as aulas foram ótimas, e muito bem elaboradas, foi uma experiência diferente, mas muito construtiva para mim” (aluno 14), portanto, o talvez seja somente por comodismo. Outros 20 alunos manifestaram querer realizar os experimentos de forma presencial, o que nos remete a 95% de aprovação com o material utilizado. Assim, entende-se que o material concreto, servem para construir conhecimento e atuam como ingredientes motivadores nas aulas de matemática. A seguir o gráfico com os resultados quantitativos da análise da questão 3.

Figura 14: gráfico da questão 3

Fonte: Autora (2021)

Na análise da questão 4, o questionamento feito aos alunos foi a respeito das atividades experimentais contribuem para um maior aprendizado. Das respostas recebidas 18 manifestaram que “sim”, contribuíram para o aprendizado e 3 alunos revelaram que “em parte” contribuiu, “em virtude da pandemia foi um pouco complicado conseguir todos os materiais necessários para fazer os experimentos, gostei das aulas e das explicações, mas seria interessante fazer os experimentos de forma presencial” (aluno 10). Outra resposta de um aluno que acredita que “em parte” contribuiu para o aprendizado foi “Acredito que tenho sido bem legal. As atividades propostas foram proveitosas e conseguimos ter uma noção mais prática dos conteúdos” (aluno 11). Sendo assim, entende-se que na opinião dos alunos, as atividades com materiais concretos sejam essenciais para a constituição de um ensino e uma aprendizagem significativa. Gráfico que representa a análise deste dado.

Figura 15: gráfico da questão 4

Fonte: Autora (2021)

Como a proposta das aulas diferenciadas aplicadas nos momentos síncronos, envolveu alguns problemas matemáticos, com questões de vestibulares e ENEM a serem resolvidas com a participação ativa durante as aulas, foi perguntado aos alunos, na questão 5, se os materiais manipuláveis ajudaram a interpretar e resolver problemas. Obtivemos 18 respostas positivas, que “sim” ajudou, 2 “talvez” e uma opinião, do aluno 10, que “não” contribuiu.

Ao analisar a resposta do aluno 10, já citado anteriormente na sua opinião descritiva, percebemos que o aluno acredita nos experimentos, mas sente as dificuldades do momento, assim para ele, o aprendizado seria muito mais significativo e ajudaria a resolver problemas se pudesse ser realizado de forma presencial.

Portanto para análise deste dado apesar das três respostas diferentes, considero um retorno bastante positivo. A dificuldade que os alunos encontram em ler e entender os problemas está, na falta de compreensão do conceito envolvido no problema, incentivá-los a buscar modos diferentes de resolver os problemas com auxílios de equipamentos e atividades práticas contribui para desenvolver novas estratégias de resolução da situação problema proposta.

Figura 16: gráfico da questão 5

Fonte: Autora (2021)

Atualmente, o ensino da matemática tem sido um desafio para o professor, pois os alunos vêm demostrando desinteresse pelo estudo da disciplina. Assim, é necessária uma abordagem diferente a fim de motivá-los, e incentivar o aprendizado significativo. Propor novas abordagens de ensino no contexto de sala de aula não é tarefa fácil, mas é possível quando professores conseguem desafiar seus alunos a se aventurarem a pesquisar, explicar, criticar, questionar, a discordar e propor soluções aos resultados obtidos durante os experimentos realizados.

Para finalizar a análise da pesquisa, foi proposto uma questão aberta aos alunos, onde puderam dar sua opinião e individualmente expressar com suas palavras, refletir sobre a experiência vivida nas aulas de matemática neste período.

Na análise da questão é possível perceber a satisfação dos alunos em relação às atividades desenvolvidas, dos 21 alunos que responderam ao questionário, não houve nenhuma resposta negativa, e consideraram as atividades como construtivas para o seu aprendizado. Deste modo, podemos observar que os alunos participaram de forma ativa e dinâmica tendo a oportunidade de aprender e de conhecer uma aplicação prática do conteúdo de trigonometria através dos equipamentos construídos por eles, e por experiências que puderam resolver de forma concreta em suas casas, encontrando, por exemplo, alturas sem precisar a ajuda de uma trena, mas sim do conhecimento da trigonometria. Os alunos foram dedicados em cada desafio. Na construção dos equipamentos observamos que usaram os materiais adequados que dispunham em casa, cada um fez suas próprias experiências, e nos relatos percebemos que foi bastante construtivo e satisfatório para eles os resultados.

Uma constatação interessante, a maioria dos alunos perceberam que teriam que ser atuantes neste processo, mas 2 alunos fizeram pequenas reclamações sobre ser trabalhoso fazer os experimentos. Aulas monótonas não são interessantes, mas ir em busca do conhecimento dá trabalho, constatamos esse comodismo por parte do aluno, querer tudo pronto, é mais fácil copiar no caderno e aplicar uma fórmula, que buscar soluções. Ficam apáticos diante de qualquer iniciativa dos professores.

Veja a seguir algumas respostas dos alunos, apresentadas na pesquisa de opinião.

Aluno 02:

Eu achei que foi uma boa experiência, achei interessante pois normalmente estamos acostumados a uma aula mais teórica sem que tenha um exemplo pratico e tangível para termos como exemplo, eu pessoalmente não tenho muitas dificuldades em matemática mas mesmo para mim eu achei a prática interessante é uma maneira mais fácil de entender acho que ela pode ajudar muito os alunos com mais dificuldades.

Aluno 04:

Gostei muito da metodologia adotada durante essa experiência, pois a dinâmica empregada com materiais manipuláveis e vídeos auxiliadores contribuiu para o entendimento e fixação do conteúdo. Agradeço por compartilhar conosco seu conhecimento Professora Simone. Até a próxima e sucesso no seu TCC!

Aluno 05:

Gostei bastante da forma proposta para a resolução de problemas matemáticos, acredito que tenha ajudado muito no entendimento do conteúdo, fugindo do óbvio, do monótono, trabalhos diferentes nos motivam a fazer!

Aluno 06:

Eu achei que esta experiência vivida foi muito boa e consegui aprender muito com essa interação e com a confecção de materiais manipuláveis para melhor compreensão, acredito que se fizermos isso na volta do presencial ou híbrido a compreensão e o aproveitamento seria melhor ainda.

Aluno 09:

Eu gostaria de dizer que sim material didático manipulável auxilia a compreender o conteúdo, porém eu achei muito trabalhoso fazer esses experimentos, não que seja difícil, mas demanda muito tempo para realizar-los e geralmente a gente tem muito outras tarefas que levam mais tempo ainda, acaba ficando exaustivo. Mas sobre os cálculos achei bom de aprender com isso, parece que retemos mais o conhecimento transmitido.

Aluno 17:

Sempre apresentei uma dificuldade maior em matemática, e para entender melhor relaciono o conteúdo com situações do dia a dia. Nas aulas presenciais era mais fácil compreender o que estava sendo apresentado, porém as apnps dificultaram um pouco por não ter um contato tão direto.

Pra mim essa dinâmica mais "experimental", com materiais manipuláveis colaborou em certa parte para que eu pudesse aprender o conteúdo.

Aluno 26:

Acredito que dentro de todas as possibilidades e dificuldades encontradas diante de um estudo a distância, não podendo contar com aulas práticas e o auxílio presencial do professor e colegas para um melhor entendimento, pude de forma diferente e dinâmica aprender os conteúdos ensinados e realizar as tarefas propostas pela professora da melhor forma possível.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi elaborado com a intenção de fazer o aprendizado sobre trigonometria ser significativo, ter significado para o aluno. O intuito foi mostrar que tudo que aprendemos hoje ainda não está pronto. Tudo que sabemos e usamos atualmente na trigonometria, foi descoberto, desenvolvido e construído pelas pessoas e o que as motivou foi a necessidade de fazer algo diferente, ou então de fazer algo que necessitava ser feito para aquela época, um desafio a ser superado. A interatividade dos alunos na execução das atividades foi observada em várias ocasiões, nos registros em fotografias, nas perguntas feitas nos momentos síncronos mostrando assim interesse em compreender o assunto e a busca pela descoberta tornou o trabalho muito gratificante.

Durante a elaboração e aplicação das atividades, a intenção foi fazer com que o aluno se tornasse ativo no seu aprendizado, construindo o seu próprio conhecimento usando na prática os conteúdos abordados nos livros, e assim refletir e concluir que esses conteúdos fazem parte do nosso cotidiano, que podemos aprender e para que isso ocorra, é preciso querer aprender, assim, espera-se que os alunos possam adquirir o conhecimento com significado nesta área da matemática que é a trigonometria.

O planejamento inicial era realizar todas as atividades de forma presencial, com os alunos em grupos, sendo desafiados a resolver e procurar soluções utilizando os equipamentos e depois compartilhando com os colegas as soluções e questionamentos que com certeza surgiriam. Porém, devido as medidas de distanciamento social imposto pela COVID-19, isso não foi possível. No entanto, acreditamos que as atividades sugeridas nesse trabalho, foram de grande proveito, por ajudar a complementar o conteúdo estudado, trazendo aplicações reais.

O medidor de distância é um experimento novo, não encontrei nenhum plano de aula ou aula planejada por um outro professor que utilizasse esse equipamento em sala, e estava muito entusiasmada em usá-lo com os nossos alunos. Acredito no potencial desta atividade, pois podemos explorar muito do conteúdo da semelhança de triângulo, que foi o assunto estudado no primeiro encontro e poderia ter sido melhor compreendido com o uso do equipamento pelos alunos, muitos questionamentos, estratégias de resoluções e descobertas poderiam ter sido exploradas. Fica o desejo de realizar esse projeto de forma presencial, em um futuro próximo.

A altura do poste foi outro recurso que foi pouco explorado, e ao alunos poderiam tirar muitas conclusões se tivesse sido realizado de maneira presencial. O aprender deve ser compartilhado entre alunos e professores, de modo que cada um desenvolva instrumentos de aprendizagens. Se os saberes forem compartilhados, os alunos podem acompanhar o percurso da própria aprendizagem. Usar a imaginação, identificar os triângulos imaginários, traria aos alunos uma oportunidade de fixar o conteúdo e fazer descobertas.

Com a construção da régua trigonométrica, percebemos que as dificuldades em relação aos conteúdos do circulo trigonométrico tratados foram, para a maioria, sanados e que os alunos obtiveram uma melhora na compreensão. O retorno dos alunos foi gratificante, a maioria construiu seu próprio equipamento, com os materias que dispunham em casa e relataram ter compreendido, e principalmente, que estava fazendo sentido para eles a teoria que vimos na aula.

A construção do teodolito caseiro possibilitou levar aos alunos uma forma diferente de trabalhar os conteúdos de trigonometria como as razões trigonométricas, bem como incentivar a criatividade dos mesmos. A contextualização no ensino da trigonometria pode ser usada como ferramenta de aplicação bastante útil para o professor de matemática usar em suas aulas e torná-las mais interessantes e atrativas.

Assim concluímos, que os professores dependem também do interesse dos alunos em aprender aquilo que se ensina na escola. Esse interesse deve ser conquistado com ações pedagógicas que levem à reflexão dos estudantes sobre a importância do domínio dos conhecimentos escolares para a realização de seus projetos de vida. Vale lembrar que tais sugestões tiveram embasamento teórico de David Ausubel, na ideia de que o aluno sem conhecimento prévio, em vão aprende o novo, por não ter onde ancorá-lo. Além disso, ele insistia na afirmação de que o aluno precisava relacionar o material com o abstrato de maneira consistente, e não arbitrária e ainda que os alunos devem estar pré-dispostos a aprender, condições necessárias para que ocorra a aprendizagem significativa.

Nos orientamos também pelas teorias de Piaget e Vygotsky, organizando situações de aprendizagem, em que as atividades e os materiais propostos tenham sentido para os alunos. Piaget acreditava que o sujeito em si era o principal construtor de seu aprendizado e que a relação com o objeto deveria ocorrer de forma direta para ocorrer a aprendizagem significativa. Vygotsky tinha uma vertente sócio interacionista, onde se faz necessário à interação indivíduo-meio-cultura no seu processo de aprendizagem. Para tal é necessário que o professor crie situações comuns ao dia a dia do aluno e o faça interagir ativamente de modo intelectual e afetivo, trazendo o cotidiano para a sala de aula e aproximando o dia a dia dos alunos do conhecimento científico. As teorias de Piaget, Vygotsky e Ausubel estudadas e fundamentadas neste trabalho, considera o indivíduo sujeito autor e construtor de sua própria aprendizagem.

Espero que a contribuição com este trabalho tenha, de algum modo, deixado o legado de mais uma opção no vasto mundo de tentativas pedagógicas para melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Não tenho a pretenção de afirmar que essa seja a única proposta possível para se conquistar um aprendizado com significado nem tornar essas informações como verdades absolutas. O que se verificou é que, com a aplicação das atividades propostas na turma do 2º ano do Ensino Médio técnino em agropecuário no *campus* Ibirubá, foi válida. Verificamos que contribuiu para o aprendizado, obtivemos retornos positivos dos alunos, com evidências de construção do conhecimento, quando não foi preciso memorizar fórmulas para resolver os problemas, mas sim, utilizaram problemas novos e reais que exigia o conhecimento existente e conseguiram explicar maneiras de resolver os problemas escolhidos por eles, evitando assim uma simulação da aprendizagem.

O aluno será mais do que um espectador, ele passará a ter um papel central, será o protagonista, como um agente que pode resolver problemas e mudar a si mesmo o mundo ao seu redor. Este foi o maior objetivo da pesquisa a construção de um aprendizado significativo e encontrar maneiras para que o aprendizado seja efetivo e verdadeiro. Com todas a limitações do momento conseguimos atingir, não tudo, mas grande parte dos objetivos propostos. As escolas deverão ensinar como pensar e não apenas o que pensar.

Decorar fórmulas e conceitos não faz mais sentido, podemos encontrar de maneira fácil na internet, o que não significa que não precisaremos de aulas teóricas e os conhecimentos dos livros, pois são imprecendíveis para adquirir e desenvolver conhecimentos técnicos e científicos. O mercado de trabalho requer colaboradores com habilidade de comunicação, capacidade de resolução de problemas, pensamento crítico, trabalho em equipe, e que saibam conviver com a diversidade. Por todos os pontos de vista acima, é evidente que a educação para o século 21 requer menos transmissão e mais experimentação. Significa que deve se levar em conta o cotidiano e a realidade de cada região, as experiencias vividas pelos alunos, seus interesses de atuação profissinal, como eles podem atuar como cidadão.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Paulo. “**Temos escolas do século XIX com professores do século XX para alunos do século XXI”.** Rio Maior, 11 maio 2017. Entrevista concedida ao Jornal O Mirante. Disponível em: <https://omirante.pt/semanario/2017-05-11/entrevista/2017-05-11-Temos-escolas-do-Seculo-XIX-com-professores-do-Seculo-XX-para-alunos-do-Seculo-XXI>. Acesso em 11 de maio de 2020.

ANTUNES, Juliana. **Como incentivar o pensamento da Matemática nas escolas.** Revista Tecnologia Educacional, na série Inovação e Tendências, Matemática, Pense Matemática. nov 2016. Disponível em: <https://tecnologia.educacional.com.br/blog-pense-matematica/como-incentivar-o-pensamento-da-matematica-nas-escolas/> Acesso em 24 de setembro de 2020.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. **Usos e Abusos dos Estudos de Caso.** Caderno de Pesquisa v. 36, n. 129. P. 637-651. set/dez 2006.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimento:** Uma perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Etapa Ensino Médio**: Seção 1. Brasília: 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática Ensino de 5° a 8° Series. Brasília: MEC/SEF. 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEMT, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf/BasesLegais.pdf> Acesso em 16 de maio de 2020.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).** Linguagem, Códigos e suas tecnologias. Brasília: MEC 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOGDAN, Roberto C; BIKLEN, Knopp Sari. **InvestigaçãoqualitativaemEducação.** Portugal: Porto Editora, 1994.

CARVALHO, Dione L. de. **Metodologia do ensino de matemática**. 4.ed. São Paulo: Cortez, 2011.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade a ação:** reflexão sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** da teoria à prática**.** Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e ensino. **Revista Educação e Pesquisa** São Paulo, v. 31, p. 99-120, 2005.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Transdisciplinaridade.** Paulo: Palas Athena, 1997.
DEMO, Pedro. **Atividades de aprendizagem: sair da mania do ensino para comprometer-se com a aprendizagem do estudante**. Campo Grande, MS: Secretaria de Estado de Educação do Mato Grosso do Sul – SED/MS, 2018.

FIORENTINI, Dario. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** Revista ZETETIKÉ. Campinas, UNICAMP, Ano 3 - n° 4. p. 1-38. 1995.

FIORENTINI. D.; MIORIM. Maria A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática.** Publicado no Boletim da SBEM-SP n. 7, 1990.

FOSSILE, Dieysa K. **Construtivismo versus socio interacionismo: uma introdução às teorias cognitivas.**Revista Alpha, Patos de Minas, UNIPAM. 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 21° ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GHEDIN, Evandro. **Teorias Psicopedagógicas do Ensino Aprendizagem.** Boa Vista: UERR Editora, 2012.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática.** 5° ed. São Paulo: Ática, 1997.

GIL, Carlos Antônio. **Como elaborar projetos de pesquisas.** 4° ed.São Paulo: Editora Atlas, 2002.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA ETECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL. **Projeto Pedagógico do curso (PPC)**. 2019. Disponível em: <https://ifrs.edu.br/ibiruba/wp-content/uploads/sites/4/2019/05/Projeto-Pedag%C3%B3gico-do-Curso.pdf> Acesso em 30 de outubro de 2020.

LORENZATO, Sérgio. **Desafios Contemporâneos que não é novo.** Educação Matemática em Foco, Campina Grande: EDUEPB, v1- n°2, p. 9-32. ago/dez 2012.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LORENZATO, Sérgio. **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2009.

LORENZATO, Sérgio. **Século XXI: qual matemática é recomendável? -** in Revista ZETETIKÉ. Campinas: UNICAMP, vol. 1, p.41-49. 1993.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: um conceito subjacente**. J Valadares – Aprendizagem significativa em Revista. V1(1), pp. 36-57, 2011. Disponível em:<http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 20 abril de 2020.

MOREIRA, M.A. **O que é afinal aprendizagem significativa?** Porto Alegre, UFRGS, 2012. Disponível em <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 20 abril de 2020.

MOREIRA, Marco A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco. **A teoria da aprendizagem significativa.** Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências. 1° ed. Porto Alegre. Instituto de Física - UFRGS, 2009.

MOREIRA, Marco A. **Aprendizagem significativa crítica.** Porto Alegre. Instituto de Física - UFRGS, 2005

MOREIRA, Marco. A; MASINI, E.A.F**. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes. 1982.

MOREIRA, Marco A.; OSTERMANN Fernanda. **Teorias construtivistas**. Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, texto de apoio ao professor de Física, n° 10, 1999.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática.** 8° ed. Campinas: Papirus, 2007.

NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto.** Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1- 6, 2004-2005.

PIAGET, Jean. **A Psicologia da Inteligência.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

PONTES, Edel A. S. **A linguagem universal: Matemática suas origens, símbolos e atributos**. Revista Psicologia & Saberes, V.8, n.12, p. 181-191, 2019.

PONTES, Edel A. S. **O Saber e o Fazer Matemático:** Um dueto entre a teoria abstrata e a prática concreta de matemática. Revista Psicologia & Saberes, v. 5, n. 6, p. 23-31, 2016.

ROCHA, Iara Cristina Bazan. **Formação para a Exclusão ou para a Cidadania?** Educação Matemática em Revista, Recife, n. 9, p. 22 – 31, 2001.

RICO, Rosi. BNCC na prática: aprenda tudo sobre as competências gerais. **Revista Nova Escola**. São Paulo: Associação Nova Escola, p.4-5, dezembro de 2018.

SANTOS, Júlio César Furtado. **O desafio de promover a aprendizagem significativa**. Revista UNIABEU, v. 20, p. 29-37, 2006.Disponível em:

<http://www.unisul.br/download/380/9-exp-integradas/10844/o-desafio-de-promover-a-aprendizagem-significativa>.pdf. Acesso em 15 junho de 2020.

SELBACH, Simone. **Matemática e Didática.** Petrópolis: Vozes, 2010.

SMOLE, Kátia C.S. e CENTURIÓN, Marilia. **A matemática de jornais e revistas.** RPM n.º 20, 1.º p. 09 quadrimestre de 1992.

SOUZA, G. C.; OLIVEIRA, J. D. S. **O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de matemática**. X Encontro Nacional de Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador, 2010.

SOUZA, Sandra Esteves de; RAMOS, Ciro de Moura. **Português** – Dicionários. Itapevi: Fênix, 1998.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática.** .1° ed. São Paulo: Saraiva, 1961.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.** Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.2004. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica>. Acesso em 02 de abril de 2020.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** 4° ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

APÊNDICE

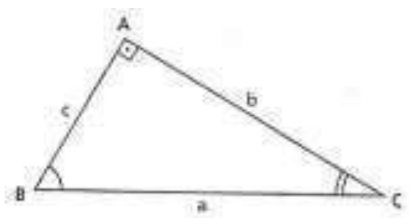
APÊNDICE A

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

1) Conte um pouco do que você conhece sobre a trigonometria. Você já estudou em algum momento os conteúdos de trigonometria?

2) Existem situações do seu dia a dia em que você percebe a trigonometria? Se sim, relate algumas delas.

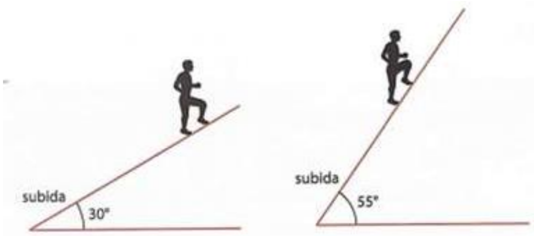
3) A professora de matemática desenhou no quadro um triangulo retângulo onde a, b e c são as medidas dos seus lados



Observe o triângulo e responda:

a) A classificação desse triângulo quanto aos ângulos é__________________
b) O ângulo A é um ângulo de ______________________________________
c) Os lados desse triângulo possuem nomes iferenciados dos demais triângulos. Portanto no triângulo acima os nomes dos lados são:
a___________________
b___________________
c___________________
d) Qual é a unidade de medida do ângulo______________________
e) A soma dos ângulos deste triângulo é igual___________________

4) Observe uma pessoa que sobe dois tipos de rampa:



Podemos dizer que a segunda rampa é mais íngreme ou tem aclive maior, pois seu ângulo de subida é maior (55°>30°).

Agora um desafio: sem conhecer os ângulos de subida, como saber qual das duas rampas abaixo é a mais íngreme?

APÊNDICE B

ATIVIDADE DA SEMANA (medidor de distância)

Objetivo desta tarefa é verificar se o aluno compreendeu o conteúdo semelhança de triângulo, através da atividade prática, utilizadas para calcular medidas inacessíveis.

1. Assistir ao vídeo medidor de distância e responda: (Esboce um desenho da situação apresentada e resolva o problema).
   a) Ao usar o equipamento medidor de distância um observador quer saber o quão longe se encontra de uma árvore. Ele obteve na mira móvel uma medida de 8,5 cm.Qual será a distância do olho do observador até a árvore?
   b) Se a distância entre o olho do observador e a árvore for de 36,7 m, qual deve ser a medida que ele obteve na mira móvel?

APÊNDICE C

ATIVIDADE DA SEMANA (altura do poste)

2) Assistir ao vídeo, altura do poste, com calma, e colete todas as informações contidas nele para resolver a questão proposta no final da gravação.

a) Qual é a altura do poste?

APÊNDICE D

ATIVIDADE DA SEMANA (régua trigonométrica)

A tabela trigonométrica serve para consultarmos o valor numérico dos ângulos. Lembre-se que para cada medida de ângulo temos um valor correspondente das razões trigonométricas, ou seja, seno, cosseno e tangente.

Não precisam ficar apavorados, pois não será necessário calcular o valor do seno, cosseno e tangente para muitos ângulos: definiremos apenas dez medidas em graus para compor a tabela que vocês irão construir, utilizando as respectivas definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo dado.

Material necessário para a construção da régua trigonométrica:

- Folha impressa com o círculo trigonométrico;
- Tampa de caixa de papelão;
- Percevejo;
- Tiras de folha transparente a4;
- Cola;
- Canetinha.

Construa sua régua trigonométrica e obtenha aproximações para os valores do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos com as seguintes medidas:15°, 20°, 30°,34°,40°,45°,58°, 60°,72° e 88°.

	sen	cos	tg
15°			
20°			
30°			
34°			
40°			
45°			
58°			X

60°			X
72°			X
88°			X

Observações

- Não será necessário calcular a tangente dos ângulos de 58°, 60°,72° e 88°.
- Registre com fotos a sua régua trigonométrica.

APÊNDICE E

ATIVIDADE DA SEMANA (teodolito)

1. Assista ao vídeo Teodolito.
2. Construa o seu próprio teodolito.
3. Escolha um objeto e meça sua altura usando o teodolito construído, conforme foi realizado no vídeo.
4. Desenhe a situação escolhida, e resolva o problema, e envie o registro.
5. Registre com fotos, o uso do teodolito.

APÊNDICE F

QUESTIONÁRIO FINAL

1.Na sua opinião, o material didático manipulável auxilia a compreender melhor os conteúdos de trigonometria?

a) Sim, muito
b) Sim, pouco
c) Não, nada

2.Como você avalia os materiais utilizados nos vídeos e durante as aulas de matemática ministradas?

a) Ótimo
b) Bom
c) Ruim

3.Você gostaria de realizar esses experimentos de forma presencial?

a) Sim
b) Não
c) Talvez

4.Na sua opinião, as aulas de matemática com atividades experimentais são mais atrativas e contribuem para um maior aprendizado?

a) Sim
b) Não
c) Em parte

5.Na sua opinião, os experimentos com o material manipulável que foram construídos ajudaram a interpretar e resolver problemas de matemática?

a) Sim
b) Não
c) Talvez

6.Qual é a sua opinião sobre a experiência vivida nas aulas de matemática neste período? Elas foram importantes para uma aprendizagem significativa?

____

____

____

____