

AS POTENCIALIDADES DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Patrícia Ferrari¹

Karine Pértile²

RESUMO: É sabido que os alunos já chegam à sala de aula munidos com uma série de ideias próprias acerca do assunto que será aprendido. Levar em conta os conhecimentos prévios dos alunos representa um dos aspectos mais importantes no processo de ensino-aprendizagem. Com o objetivo de verificar a potencialidade dos conhecimentos prévios dos alunos em problemas de contagem, foi realizado um estudo de caso com alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Garibaldi (RS). Por meio da metodologia da resolução de problemas, em Análise Combinatória, é possível desenvolver o conteúdo de tal forma que o aluno consiga montar estratégias, dar significado e reconhecer diferenças entre conceitos. Sem o uso de fórmulas o aluno compreende os conceitos abordados e pode apropriar-se do pensamento lógico desenvolvendo estratégias, gerando assim um aproveitamento satisfatório e um conhecimento significativo em relação ao conteúdo, de suma importância, que fora abordado. Os alunos sentem satisfação ao perceberem que resolvem os problemas propostos de forma correta e que suas estratégias, procedimentos e pensamentos vão de encontro ao resultado do que fora proposto.

PALAVRAS-CHAVE: Análise Combinatória. Resolução de Problemas. Conhecimentos Prévios.

1. INTRODUÇÃO

Embora licenciada em Matemática, pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Unisinos) em 2012, o início da minha trajetória docente deu-se em 2009, com o ensino da Matemática para séries finais do Ensino fundamental. Em 2011, comecei a exercer a profissão também para o Ensino Médio e Curso Técnico em Contabilidade. Com o término da oferta do Curso Técnico, continuo exercendo a docência nos Ensinos Fundamental e Médio.

Com o passar dos anos, fui percebendo dificuldades nos alunos que, até então, pela minha falta de experiência, não havia percebido. No decorrer dos anos deparei-me com os alunos que não conseguiam, por meio de cálculos matemáticos formais, demonstrar seu raciocínio para determinadas problemas que lhes eram propostos. Comecei a solicitar aos alunos, então, que quando

¹ Licenciada em Matemática. Discente na Especialização em Ensino de Matemática para a Educação Básica no IFRS. E-mail: patriciaferrari_mat@yahoo.com.br

² Licenciada em Matemática. Mestre em Educação em Ciências e Matemática. Docente no IFRS. E-mail: karine.pertile@bento.ifrs.edu.br

não fosse possível apresentar cálculos sobre as atividades propostas, os mesmos explicassem como chegaram à solução mesma, como pensaram na resolução do problema que lhes fora proposto.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Médio para Matemática (BRASIL, 2000), a resolução de problemas possibilita ao aluno mobilizar conhecimentos e desenvolver capacidade para relacionar as informações que estão sendo fornecidas aos conteúdos e operações matemáticas já estabelecidas. Assim, os alunos têm oportunidade de ampliar sua cognição acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

A atividade de resolver problemas está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que muitas vezes requerem estratégias de enfrentamento. O desenvolvimento de estratégias auxilia o aluno a enfrentar novas situações em outras áreas do conhecimento. Sendo assim, é de suma importância que os professores compreendam como trabalhar esta metodologia, a fim de desenvolver no aluno a capacidade de resolver situações desafiadoras, interagir entre os pares, desenvolver a comunicação, a criatividade e o senso crítico.

Nesta perspectiva, será que os alunos não possuem capacidades diferentes para pensar e resolver problemas?

Desta forma, o objetivo geral desta pesquisa foi verificar as potencialidades dos conhecimentos prévios dos alunos para a resolução de problemas de contagem.

Com a pesquisa, buscou-se atender também aos seguintes objetivos específicos:

- Fazer com que os alunos identifiquem a matemática como solução para problemas cotidianos.
- Oportunizar aos alunos novos métodos e esquemas para resolver problemas matemáticos.
- Fazer com que os alunos sintam mais segurança ao expressar seus resultados perante problemas que lhe forem sugeridos.
- Contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico.

- Auxiliar os alunos na sistematização e na utilização da linguagem matemática.

O que se observa em sala de aula é que, normalmente, o conteúdo é inserido aos alunos como sendo algo novo, totalmente desconhecido, o que nem sempre é fato. No caso da análise combinatória, objeto de estudo desta pesquisa, os alunos já possuem conhecimentos previamente desenvolvidos, visto que é um conteúdo a ser desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na maioria das vezes, as aulas são ministradas de modo que o aluno não estabeleça conexões entre o que ele já sabe e o que o professor explica. Na maioria das vezes o professor faz uso dos conceitos pré-estabelecidos e definidos por materiais didáticos, elaborando listas de exercícios repetitivos que inibem o aluno de elaborar estratégias para a resolução dos mesmos. Na maioria dos casos, o conteúdo de Análise Combinatória é abordado em partes, de maneira que o aluno não consiga diferenciar as particularidades dos problemas abordados. Ao se deparar com problemas aleatórios o aluno sente dificuldade na realização dos mesmos.

Do ponto de vista docente, ter ciência sobre o que o aluno sabe é fundamental para definir estratégias, metodologias de ensino e o ponto de partida para o desenvolver dos conteúdos a serem abordados.

Os conhecimentos prévios dos alunos sempre devem ser levados em consideração. Incorretas ou incompletas, as ideias prévias trazem informações sobre a forma como eles pensam e servem como pilar para um maior aprofundamento de conceitos. Somente ao analisá-las o docente consegue estabelecer uma proposta de ensino que permita aos alunos identificar estruturas e dar significados à nova informação e, quando necessário, colocar à prova os conhecimentos adquiridos.

O que motivou a pesquisa sobre o modo com o qual os alunos expressam os resultados de operações e problemas foi a percepção da dificuldade que estes enfrentam para formalizar seus resultados. Assim, surgiu a ideia de utilizar o conteúdo de análise combinatória, com o auxílio da metodologia de resolução de problemas, a fim de verificar como os alunos expressam seus resultados.

A análise combinatória é um ramo da matemática que estuda coleções finitas de objetos que satisfazem critérios específicos determinados, e se preocupa, em particular, com a "contagem" de objetos nessas coleções (LEMOS, 2016, p. 19). A diferença entre Arranjo e Combinação é que, em Arranjo a ordem dos elementos é importante e em Combinação, a ordem dos elementos não é importante.

Estudos atuais em Ensino de Matemática (COSTA, 2013) afirma que, um dos conteúdos em que os alunos encontram mais dificuldades na Matemática do Ensino Médio é a Análise Combinatória.

Segundo os PCN (BRASIL, 2000), a Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

O papel do professor, nesse contexto, é o de valorizar os conhecimentos prévios adquiridos pelos alunos e dar continuidade a esses conhecimentos, aprimorando, assim, o desenvolvimento do pensamento lógico e fazendo com que os alunos percebam suas aplicabilidades na vida cotidiana.

Sustentada nas reflexões iniciais, opto por realizar uma pesquisa fundamentada nas seguintes problematizações: Quais são os benefícios, para a aprendizagem do aluno, quando perceber que nem tudo, na matemática, precisa ser formalizado? Qual a reação dos alunos quando solicitados a explicarem seu método de resolução perante a turma em sala de aula?

Desta forma, o presente artigo tem a intenção de responder à seguinte questão norteadora: **Qual a potencialidade dos conhecimentos prévios dos alunos para a resolução de problemas de contagem?**

A seguir, apresenta-se uma revisão bibliográfica que fundamenta o trabalho, seguido da metodologia de pesquisa e de desenvolvimento da pesquisa, finalizando com os dados coletados e as considerações sobre os mesmos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Estudos anteriores sobre a dificuldade dos alunos na aprendizagem de análise combinatória

Com o passar dos anos, trabalhando com alunos dos Ensinos Fundamental e Médio, notamos que os alunos apresentam dificuldades com a resolução de problemas de contagem.

Inhelder e Piaget (1955, apud PESSOA E BORBA, 2010) buscaram investigar a natureza da dificuldade em problemas de Análise Combinatória e observaram que, atingindo o estágio das operações formais, os adolescentes são capazes de desenvolver procedimentos sistemáticos de enumeração e de contagem combinatória. Ou seja, os adolescentes descobrem procedimentos aplicáveis de acordo com a natureza dos problemas. Em contrapartida, Fischbein (1975) defende que sem o ensino formal, a capacidade de resolver problemas de contagem não poderá ser alcançada.

Embora os adolescentes de Ensino Médio já tenham desenvolvido maturidade cognitiva para a aprendizagem de análise combinatória, cabe à escola formalizar e estruturar os procedimentos de como dar-se-á o ensino em Análise Combinatória. Devemos, porém, dar aos nossos alunos chance e liberdade para que sejam construtores do seu próprio conhecimento. Estudar e aplicar novas propostas para o ensino de Análise Combinatória dará aos alunos a oportunidade de desenvolver o conteúdo de maneira eficiente.

“Observamos que é comum o ensino da Análise Combinatória através de fórmulas ou padronizações de resoluções. É verificável também que a aprendizagem, muitas vezes, não é alcançada a partir desses métodos” (ALMEIDA e FERREIRA, 2009, p. 2). Costa (2013) afirma que muitos livros didáticos mencionam os arranjos e as combinações separadamente, não fazem relação entre eles e, além disso, priorizam o uso de fórmulas.

A mudança da metodologia, para tentar sanar tais dificuldades, é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio combinatório e essencial para que os alunos, ao se depararem com problemas de contagem, saibam desenvolvê-los de maneira natural, sem o uso de fórmulas. A resolução de problemas faz esse papel, pois é por meio da resolução de problemas que os

conteúdos matemáticos se tornam relevantes, em Análise Combinatória não é diferente, os alunos sentem mais afinidade com os conceitos estudados quando esses revelam um sentido para a aprendizagem.

2.20 Ensino através da metodologia da resolução de problemas

Ensinar Análise Combinatória não é uma tarefa muito fácil. Alguns estudos revelam que “deixar que o aluno construa suas próprias resoluções da análise de problemas é uma alternativa para o ensino de Análise Combinatória” (ALMEIDA e FERREIRA, 2009, p. 2).

A resolução de problemas, conforme Dante,

Embora valorizada, é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula. É muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Isso se deve à maneira com que os problemas matemáticos são trabalhados na sala de aula e apresentados nos livros didáticos, muitas vezes apenas como exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados. Um problema pode envolver muito mais do que a simples resolução das operações. Deve possibilitar ao aluno desenvolver estratégias, buscar vários caminhos para solucioná-lo à sua maneira, de acordo com sua realidade e raciocínio. (DANTE, 1998, p. 8).

O ensino por meio da resolução de problemas faz com que os alunos construam seu próprio conhecimento, de forma autônoma, sendo os professores apenas condutores para que isso aconteça. Por meio da resolução de problemas “o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas (...) é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e dar sentido ao que faz” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 81).

Para que o ensino através da resolução de problemas seja satisfatório, o professor deve escolher os problemas de acordo com os objetivos a serem alcançados e os conceitos a serem formalizados. Além disso, o professor precisa deixar a responsabilidade da aprendizagem para o aluno, o professor deixa de ser o centro, agindo como mediador, para que o aluno possa ser o maior autor do seu conhecimento.

Onuchic e Allevato, apontam razões para que insistamos no ensino através da resolução de problemas. Dentre elas, destacamos:

Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos. Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam. (...) A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos. (ONUChIC e ALLEVATO, 2011, p.82).

Para alguns professores ainda há dificuldades com a quebra do paradigma do ensino tradicional, para o trabalho com resolução de problemas. Isso porque muitos destes não têm ciência dos conhecimentos prévios dos alunos, além disso, muitos alunos chegam na escola desmotivados, marcados por metodologias que não deram certo anteriormente e isso acaba causando o insucesso na tentativa do uso de diferentes estratégias de ensino.

Adentrar a determinado conteúdo iniciando-o por meio da resolução de problemas, por meio de um problema gerador para a posterior construção de formalidades, faz com que os alunos percebam as necessidades da utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente. “O problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos” (ONUChIC e ALLEVATO, 2011, p. 81).

A resolução de problemas permite ao aluno dar ênfase ao desenvolvimento de estratégias durante a realização dos mesmos, estratégias que, combinadas às características de cada tipo de problema de contagem, poderão ser adequadas e reaproveitadas para diferentes problematizações que poderão surgir. Tendo conhecimento sobre o que os alunos já sabem, o professor poderá aproveitar e enfatizar esses conhecimentos, fazendo com que o aluno se sinta valorizado pelo que ele sabe.

2.30 Uso de Conhecimentos prévios dos alunos no processo de ensino

Segundo Ribeiro, Almeida e Gomes (2006) “em unidades curriculares e ciclos de escolaridade que apelam a um progressivo aprofundamento e complexificação das aprendizagens, os níveis de conhecimento anterior dos alunos são decisivos”. Quando o aluno percebe que todo o conhecimento que

ele possui é válido para conhecimentos posteriores, ele se sente mais motivado e seguro para reestruturar esses conhecimentos e aproveitá-los para os conceitos que estão sendo construídos.

Para Piaget (1999) o conhecimento cognitivo acontece em estágios. Cada nova informação é agregada a estruturas e conhecimentos já existentes, que estão prontas a serem reestruturadas ou modificadas de acordo com a necessidade do sujeito. Se, em algum momento, o aluno teve contato com determinado conteúdo, ao entrar novamente em contato, ele perceberá que a ideia pode ser utilizada e adaptada. Por meio dessa percepção o aluno pode verificar a validade da aprendizagem de determinados conteúdos, fazendo uso do que ele já conhece ao novo conceito que está sendo construído, ou seja, encontrará motivação para continuar a busca por novos conceitos, pois o que ele já sabe tem validade e pode ser utilizado daquele ponto em diante. Esses estudos nos revelam que para termos avanços em estágios de conhecimento, precisamos ter contato, acomodar a ideia, e essa só será assimilada no momento em que houver um novo contato, então o que já é conhecido, é novamente utilizado para a ampliação de novos conceitos.

Os conteúdos vão se tornando significativos quando percebemos que nada do que conhecemos está pronto e acabado. Ao notar que os conceitos anteriormente adquiridos serão aproveitados, aprofundados e reaproveitados, percebemos a importância de tais conceitos para ampliação e aprimoramento de novas teorias. Muitas vezes nossos alunos seguem desestimulados porque acreditam que o conhecimento que possuem não será aproveitado, cabe a nós docentes fazer menção sobre o que já foi trabalhado para dar novo sentido.

Proporcionar aos alunos a necessidade da utilização dos saberes já construídos e, mostrar que esses podem ser utilizados para conhecimentos posteriores, é uma maneira de despertar estímulos e motivá-los à busca de novas estratégias e incorporá-las aos conhecimentos que posteriormente serão construídos.

Segundo Costa (2013), espera-se que durante a resolução de situações-problemas o aluno tenha condições para investigar, explorar ideias e procedimentos matemáticos que o levem a novos conhecimentos.

Espera-se que os alunos, por meio da resolução de situações-problema, adquiram autonomia e motivação para solucioná-los, indo em busca de ideias e

estratégias e, com elas, estejam abertos a novos conhecimentos que irão surgir no decorrer do processo de construção da aprendizagem.

3. METODOLOGIA

A pesquisa realizada é um estudo de caso de cunho qualitativo e de caráter exploratório, visando uma reflexão da prática de abordagem do conteúdo de Análise Combinatória, com o objetivo de verificar as potencialidades dos conhecimentos prévios de alunos de ensino médio para a resolução de problemas de contagem.

Segundo Freitas e Jabbour (2011, p. 10), a principal vantagem da abordagem qualitativa em relação a quantitativa é o “valor” das evidências que podem ser obtidas e trianguladas por meio de múltiplas fontes, como entrevistas, observações, análise de documentos, permitindo ao pesquisador detalhes informais e relevantes dificilmente alcançados com o enfoque quantitativo, admitindo também uma relação bem mais próxima e sistêmica do objeto de estudo.

Para Patton (2002, apud FREITAS e JABBOUR, 2011, p. 12) “o propósito de um estudo de caso é reunir informações detalhadas e sistemáticas sobre um fenômeno”.

A pesquisa pode ser também caracterizada como pesquisa-ação, pois por meio da reflexão sobre a prática poderemos mudar as estratégias de Ensino, para que ocorra uma aprendizagem significativa e eficiente.

Segundo Elliott (1997, p.15, apud Fogaça, s/d), a pesquisa-ação permite superar as lacunas existentes entre a pesquisa educativa e a prática docente, ou seja, entre a teoria e a prática, e os resultados ampliam as capacidades de compreensão dos professores e suas práticas, por isso favorecem amplamente as mudanças.

A proposta de intervenção, além de valorizar os conhecimentos dos alunos, teve como foco a não utilização de fórmulas em Análise Combinatória, reforçando assim a construção de um pensamento lógico e consistente, para que os alunos fujam da necessidade do uso e memorização de fórmulas matemáticas. Inicialmente foi elaborado e aplicado um trabalho em duplas, com

problemas de contagem, sem apresentar o conteúdo e nem conceitos iniciais, para verificação dos conhecimentos prévios dos alunos.

Na segunda etapa, uma proposta de apresentação das fórmulas e posterior desenvolvimento de problemas, como exercícios de fixação, utilizando-as.

A análise dos resultados se deu por meio da comparação entre o trabalho referido e outro que foi realizado especificamente com o uso das fórmulas que foram apresentadas e construídas posteriormente. Também foi realizada uma enquete com os alunos sobre a metodologia que fora utilizada pela professora, a fim de verificar o interesse dos alunos pelo conteúdo apresentado, a preferência sobre a utilização ou não de fórmulas em análise combinatória e, principalmente, a construção do conhecimento por parte dos alunos.

A intervenção foi realizada numa escola pública estadual localizada no município de Garibaldi. O município possui apenas três escolas de Ensino Médio, sendo duas públicas e uma da rede particular. O que motivou a escolha da escola foi o fato da pesquisadora fazer parte do quadro de professores da mesma.

A intervenção foi realizada em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, durante os meses de julho, agosto e, primeira semana de setembro de 2017, num total de 8 semanas o que totalizou 24 períodos de 50 minutos, sendo que dentre o período houve o recesso escolar, e os alunos não tiveram aulas por duas semanas.

A turma na qual a pesquisa foi aplicada é composta por 23 alunos. Nas aulas analisadas durante a intervenção, foram abordados, em Análise Combinatória, Arranjos, Permutações e Combinações, considerados, sem repetição dos elementos.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para o registro e posterior análise dos resultados, foi adotado, como ferramenta, um diário, nele foi realizada anotações das falas dos alunos e dificuldades apresentadas por eles durante as aulas, as anotações foram feitas no campo em estudo, preservando a linguagem do aluno. Além do diário, foram

analisados trabalhos, desenvolvidos em duplas, para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, atividades consideradas sem o uso de fórmulas matemáticas e, separadamente, atividades envolvendo o uso delas. Posteriormente foi solicitado aos alunos, que criassem problemas matemáticos e escolhessem como desenvolvê-los, se com ou sem o uso de fórmulas, com o objetivo de identificar qual a preferência dos mesmos.

Inicialmente, os alunos foram avisados, de que as aulas fariam parte de um estudo para a construção de um artigo para a conclusão do curso de especialização em ensino de matemática. Os problemas selecionados, para a intervenção, foram retirados de um banco de questões que já havia sido estruturado pela professora há algum tempo.

Para a primeira parte da proposta, foram selecionadas oito situações problema, as mais simples, sendo duas envolvendo o “Princípio Fundamental da Contagem” e o “Princípio Multiplicativo”, duas envolvendo “Permutação”, duas para “Arranjo” e duas para “Combinação”. Esses problemas, escolhidos pela pesquisadora, foram escolhidos para a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos.

Dentre os problemas escolhidos para o trabalho de identificação dos conhecimentos prévios, podemos destacar:

- “Marina tem 5 blusas e duas saias. De quantos modos diferentes ela pode se vestir com essas roupas?”
- “Em um baile há 12 moças e 8 rapazes. Quantos casais podem ser formados?”
- “Da palavra LIVRO, quantos anagramas podemos formar?”
- “De quantos modos 6 pessoas podem se sentar em 6 cadeiras, em fila?”
- “Quantos números de três algarismos distintos podemos formar com os elementos do conjunto $E = \{1, 2, 3, 5\}$?”
- Duas pessoas entram num ônibus que tem 7 lugares vagos. De quantas maneiras diferentes as duas pessoas podem ocupar esses lugares?”
- “Quantos grupos diferentes de 4 lâmpadas podem ficar acesos num galpão que tem 10 lâmpadas?”
- “Quantos subconjuntos de 4 elementos possuem um conjunto de 6 elementos?”

Para o desenvolvimento dessa atividade, os alunos não foram avisados sobre qual conteúdo estaríamos trabalhando, apenas foi solicitado que eles usassem os conhecimentos que já possuíam e que estariam livres para utilizar a estratégia que achassem mais conveniente para a resolução dos problemas, que poderiam desenhar, rabiscar, escrever ou fazer uso de qualquer outra alternativa para encontrar a solução dos problemas. A atividade foi desenvolvida em duplas e trios, conforme afinidade. Foi elaborado duas listas diferentes de situações problemas, com o intuito de que os alunos não pudessem copiar as respostas dos colegas, mas os problemas, de mesma ordem, apresentavam mesma natureza e estratégia para resolução.

O resultado da análise sobre essa atividade foi muito bom. Os adolescentes demonstraram conhecimento sobre o “Princípio Multiplicativo” e o “Princípio Fundamental da Contagem”, todos os alunos acertaram os problemas referentes ao assunto. Aos problemas de “Permutação”, que envolviam quantidades de anagramas e quantidade de números que podem ser formados com três algarismos distintos, seis alunas erraram a questão dos anagramas, entre essas, três erraram a quantidade de números possíveis de se formar a partir de três algarismos distintos, outras duas alunas também erraram essa questão. As mesmas alunas que erraram as questões sobre “Permutação” erraram as duas questões referentes à “Arranjo”, além dessas três alunas, outras duas erraram as duas questões e outros 8 alunos erraram uma das questões. As últimas duas questões, que eram sobre “Combinação”, não foram realizadas por todos, quatro alunos alegaram não ter entendido a última questão, mas acertaram a anterior, três alunos disseram que faltou tempo para pensar nessas questões e, dos que realizaram, 11 erraram as questões e os outros 5 alunos acertaram as duas questões.

Um fato importante foi que as três alunas que erraram as questões de permutação e arranjo, foram as mesmas que deixaram as questões de combinação em branco.

Os cinco alunos que acertaram as questões de combinação, acertaram 7 dos 8 problemas propostos e, são alunos que demonstram gostar de situações desafiadoras.

Pôde-se perceber que os alunos se esforçaram, ao máximo, para o desenvolvimento dessa atividade, alguns comentários dos alunos, como, “Tem

certeza que é só isso profe?”, “É assim mesmo?”, “Parece que está errado, porque tá muito fácil!”, e as reações deles, mostraram que eles estavam se divertindo para realizar as atividades. Foi solicitado aos alunos que entregassem tudo o que eles haviam rascunhado e, por meio desses rascunhos, observou-se grande interesse por parte deles.

Após a identificação desses conhecimentos, foi abordado e intitulado o conteúdo de Análise Combinatória. O conteúdo foi abordado envolvendo as situações que os alunos haviam desenvolvido anteriormente através das atividades em duplas ou trios.

A questão do Princípio Fundamental da Contagem foi rapidamente identificada pela maioria dos alunos da turma. Os casos de Arranjo e Combinação foram trabalhados simultaneamente, questionando as diferenças entre eles.

Durante a explicação do conteúdo, foi solicitado aos alunos que realizassem, por meio de encenações, os problemas de arranjo e combinação que haviam sido propostos, de forma a identificar e caracterizar as situações. Os alunos se divertiam fazendo as trocas de lugar e, conseguiram perceber que, segundo uma das alunas, “no arranjo, a ordem dos elementos faz toda a diferença” e na combinação, completada por outra aluna “se trocar de ordem, o grupo que formaremos, será o mesmo”, o interessante foi que, uma das alunas, a que completou a frase, é uma das que apresentou dificuldades na interpretação de problemas em conteúdos anteriores a esse.

Posteriormente, foram selecionadas e aplicadas situações problema para a fixação dos conceitos abordados. Durante a realização dos problemas, foram sendo identificadas e sanadas as dúvidas dos alunos. Durante a correção dos problemas, foram feitos questionamento do tipo: “Vocês acertaram?”, “Onde foi que vocês erraram?”. Algumas expressões, de alunos que sempre demonstraram dificuldades em matemática, como por exemplo, “Nunca foi tão fácil entender tua matéria” mostram que, às vezes, falta ao docente coragem para mudar o método de ensinar matemática e, só mesmo refletindo sobre a prática é que se consegue perceber isso. Após as correções, as fórmulas foram sendo montadas, em cooperação com os alunos.

Para realizar a atividade seguinte, em que foram aplicados novos problemas de contagem, solicitei que eles usassem as fórmulas e, para

confirmar a suspeita de que eles não ficariam a vontade, encontraram, no geral, muita dificuldade para solucionar os problemas da atividade proposta. Eles diferenciavam de maneira eficiente, os casos de arranjo e combinação, porém, encontravam dificuldades na utilização das fórmulas.

Como última atividade, foi solicitado aos alunos que criassem quatro problemas, dois que envolvessem situações de arranjo e outros dois que envolvessem combinação. Esses problemas deveriam ser criados e resolvidos da maneira que os alunos achassem mais conveniente, com ou sem o uso das fórmulas estudadas. Todos os alunos desenvolveram os problemas sem o uso das fórmulas e, todos os problemas foram criados de forma adequada, desde os mais simples até alguns mais elaborados, todos foram desenvolvidos corretamente.

A seguir alguns dos problemas criados pelos alunos:

- “Em uma sala de aula há 12 alunos, um desses alunos chama-se Pedro, e 8 alunas, onde uma delas atende pelo nome de Ana. Deseja-se formar comissões de 5 alunos e 4 alunas. Determine o número de comissões onde, simultaneamente, participam Pedro e Ana.”
- “De quantas maneiras é possível contratar 6 professores, dispondo de 9 professores cadastrados?”
- “Pretendo montar uma loja, para a qual irei contratar 2 vendedores, 1 caixa e 2 reposidores. Na entrevista há 20 candidatos para vendedor, 15 para caixa e 10 para reposição. De quantas maneiras diferentes poderei montar a equipe que irá trabalhar na minha loja?”
- “Na prefeitura de Garibaldi há quatro vagas para a secretaria de educação. Dessas vagas, 1 para professor, 1 para secretário, 1 para supervisor e 1 para vice-diretor. Sabendo que há 8 candidatos, de quantas maneiras podemos montar a equipe de trabalho?”
- “Se temos 7 cores diferentes, de quantas formas é possível, utilizando uma cor de cada, pintar a palavra VIDA?”

A capacidade de elaboração dos problemas mostra que os alunos compreenderam de forma satisfatória do que se tratam problemas de contagem e identificaram as técnicas de resolução para cada tipo de problema.

Para finalizar a intervenção, os alunos puderam relatar sua experiência com o ensino da Análise Combinatória, a respeito de como se sentiram em relação a desenvolver as primeiras atividades, as que foram propostas para saber sobre o que os alunos já sabiam. Eles falaram que seria interessante que esse tipo de atividade fosse feita em todos os conteúdos, pois assim eles também conseguem perceber as dificuldades acerca do que foi trabalhado em anos anteriores e se sentiram valorizados pelo fato de terem tido liberdade para poder expressar seus conhecimentos sem nenhum rigor.

Sobre a utilização ou não das fórmulas de Análise Combinatória, foi unânime a preferência da não utilização, pois segundo eles, “não é obrigatório fazer cálculos”, “podemos desenhar”, “podemos escrever”, e da mesma maneira, se o raciocínio estiver certo, a solução estará correta. E o fato de terem trabalhado com os problemas de forma aleatória, fez com que os alunos lessem e realizassem estratégias diferentes para a realização das atividades, fazendo assim assimilação dos conteúdos e não apenas, decorar fórmulas.

5. CONCLUSÕES

Embora a pesquisa tenha revelado um resultado satisfatório, pois mostrou que os alunos realizaram de maneira eficaz as situações que foram propostas sem a utilização das fórmulas matemáticas, acredito que o diário deveria ter sido escrito com mais rigor, algumas expressões acabam não sendo registradas, poderia também ter fotografado ou filmado partes das aulas e estruturado talvez, uma entrevista para melhor ter desenvolvido a intervenção.

Quando dada a liberdade na elaboração de estratégias de pensamento houve maior interesse e compreensão do conteúdo abordado. Os alunos demonstraram maior confiança nas suas ideias a respeito da diferenciação entre arranjo e combinação, desenvolvendo de forma eficiente os problemas propostos. Eles demonstraram que sem as fórmulas eles se sentem “obrigados” a lerem os problemas e identificar a que tipo de problema se trata e que estando livres a fazerem sua escolha, conseguem resolver as questões de maneira mais segura e eficiente em comparação às situações em que utilizaram fórmulas.

Na atividade solicitada aos alunos, que elaborassem duas questões de Arranjo e duas de Combinação, a fim de identificar se os alunos entenderam a diferença entre os casos por meio de problemas elaborados por eles, podemos perceber que os mesmos souberam fazer a diferenciação entre os casos de Arranjo e Combinação.

Os alunos, quando deparados com atividades desafiadoras, demonstram maior interesse para a realização das mesmas. O fato dos adolescentes terem realizado atividades aleatórias, e não uma lista de problemas de arranjo e outra de combinação, como é visto comumente nos livros didáticos, contemplaram esse desafio.

Essa pesquisa poderá ser aproveitada para que façamos reflexões sobre a forma mais adequada para explanação dos conteúdos, sejam eles de Análise Combinatória ou não. Fazer uso de situações problema faz com que o aluno pense e desenvolva, de maneira positiva, seu raciocínio, estratégias e argumentações em torno do que está sendo abordado. Obter conhecimento sobre o que o aluno já conhece, faz com que possamos valorizar esses conhecimentos, fazendo assim, com que o aluno se sinta motivado a continuar sua trajetória estudantil.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA: A. L. de; FERREIRA, A. C. Aprendendo análise combinatória através da resolução de problemas: um estudo com classes de 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio. In: IV Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 4., 2009, Ouro Preto. **Anais..**, Ouro Preto: UFOP, 2009. p.1-20. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebiapem2008/upload/261-1-A-gt11_almeida_e_ferreira_ta.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Ministério da Educação. Brasília(DF): MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

COSTA, E. R. S. **Uma proposta de ensino de análise combinatória para alunos do Ensino Médio.** 2013. 107 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 2. ed. São Paulo: Ática, 1998.

- FREITAS, Wesley R S; JABBOUR, Charbel J C. **Utilizando Estudo de Caso(S) Como Estratégia de Pesquisa Qualitativa: Boas Práticas e Sugestões.** In: Revista Estudo & Debate, [S.l.], v. 18, n. 2, dez. 2011. Disponível em:
<<http://www.univates.br/revistas/index.php/estudoedebate/article/view/560/550>>
. Acesso em: 11 jun. 2018.
- LEMOS, Viviane Magioni. **Análise Combinatória: Uma Abordagem Através da Resolução de Problemas.** Palmas, TO, 2016. Disponível em:
<https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=95453>. Acesso em:
29 jul. 2018.
- ONUCHIC. L.R.;ALLEVATO, N.S.G (2011). Pesquisa em resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v.5 – n.41 – Dezembro de 2011.
- PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica. In: **Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, v. 1, n. 1, maio 2010. Disponível em:
<<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2182>>. Acesso em: 11 jun. 2018.
- PIAGET, Jean. **Seis Estudos de Psicologia.** 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.
- RIBEIRO, Iolanda S.; ALMEIDA, Leandro S.; GOMES, Carlos. **Conhecimentos Prévios, Sucesso Escolar E Trajectórias De Aprendizagem: Do 1º Para o 2º Ciclo Do Ensino Básico.** Avaliação Psicológica, v. 5, n. 2. Instituto Brasileiro de Avaliação Psicológica Ribeirão Preto, Brasil. Dezembro, 2006.