

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
RIO GRANDE DO SUL – *CAMPUS* OSÓRIO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**UMA ANÁLISE DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES
SEMIÓTICA NA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO**

Ronaldo Colombo Flôr

Osório - RS
2023

Ronaldo Colombo Flôr

**UMA ANÁLISE DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES
SEMIÓTICA NA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Aline Silva de Bona

Osório – RS
2023

F632u Flôr, Ronaldo Colombo

Uma análise dos registros de representações semiótica na compreensão do conceito de função [recurso eletrônico] / Ronaldo Colombo Flôr; orientadora: Aline Silva De Bona. – Osório, RS : 2023.

1 arquivo em PDF (97 p.)

TCC (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, *Campus Osório*, 2023.

1. Educação matemática. 2. Funções (Matemática). 3. Semiótica. 4. Matemática - Aprendizagem. I. De Bona, Aline Silva, *orientadora*. II. Título.

CDU: 37:51

Catálogo na fonte: Aline Terra Silveira CRB10/1933

Ronaldo Colombo Flôr

**UMA ANÁLISE DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES
SEMIÓTICA NA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 30 de outubro de 2023.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dr.^a Aline Silva de Bona (Orientadora)
IFRS – Campus Osório

Prof. Dr. Vandoir Stormowski
UFRGS

Prof. Ms. Lisandro Bitencourt Machado
IFRS – Campus Osório

AGRADECIMENTOS

Dedico esta conquista primeiramente a Deus, pois ele é guia e companheiro e me permitiu chegar a este momento com saúde e consciência dos desafios superados durante essa longa caminhada.

Agradeço a minha família, esposa Andréia Beatriz de Jesus Silva, as minhas filhas Danieli Silva Flor e Emanuelli Silva Flor, pois elas junto comigo abdicaram de momentos de comunhão e lazer, valorizando e compreendendo todo esforço empregado na realização deste sonho.

Agradeço meus pais, Lúcia Colombo Flor e Jorge Flor que, mesmo na condição de eles apenas terem cursado os anos iniciais do Ensino Fundamental, sempre foram meus incentivadores, solícitos, souberam da importância da Educação, não medindo esforços para a melhor formação que eu poderia ter naquele momento e com o auxílio deles.

A minha orientadora, Aline Silva de Bona, que sempre me apoiou, mesmo quando nem eu mais acreditava que era possível, orientando todo o processo de elaboração do trabalho com competência, paciência, dedicação e, acima de tudo, com uma empatia que vai muito além do se colocar não lugar do outro, entusiasmada sempre tentando buscar o meu melhor, qualidades que só uma verdadeira amiga pode nos ofertar.

Agradeço também, aos colegas e professores que de alguma forma contribuíram com a minha jornada acadêmica junto ao IFRS – Campus Osório, assim como à própria Instituição, aos quais sem eles, não chegaria a ocasião presente, na entrega e apresentação deste trabalho.

“Não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos”.

Paulo Freire

RESUMO

O presente trabalho origina-se de uma pesquisa desenvolvida como trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório, onde buscou-se observar e analisar as dificuldades encontradas por alunos quanto as diferentes representações semióticas contempladas no conceito de função, presentes em questões de provas públicas, aplicadas à processos seletivos. O objetivo deste estudo é explicitar com qual entendimento sobre o objeto matemático funções, os estudantes que se propõem a cursar uma Licenciatura em Matemática chegam ao ensino superior. A metodologia empregada à pesquisa é qualitativa e investigativa sob um grupo focal, este, compreendido por alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal do litoral norte do Rio Grande do Sul. As questões públicas são selecionadas a partir dos pressupostos que contemplam a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval e analisadas sob essa mesma ótica quanto ao desempenho dos participantes. O conceito de funções, cerne da pesquisa, por sua vez é essencial para o desenvolvimento da ciência da matemática, onde lacunas no aprendizado advindas da educação básica acerca deste, tendem a perdurar durante grande parte da graduação, quando não, em sua totalidade, trazendo dificuldades de compreensão não só a respeito do objeto matemático funções, mas também para os outros conteúdos, os quais necessitam desta base consolidada para a edificação de suas aprendizagens. Assim sendo, a partir dos registros de representações semióticas, poderemos observar quais lacunas os licenciandos em Matemática trazem consigo para a graduação no que se refere ao conceito de funções? Verificamos durante a pesquisa, que além da existência de tais lacunas nas aprendizagens trazidas para a o ensino superior advindas da educação básica pelos licenciandos em Matemática quanto ao conceito de funções, existe um amplo desconhecimento das representações semióticas que constituem o objeto matemático aqui pesquisado. Segundo a TRRS, essas representações são base para quaisquer outras atividades relacionadas que envolvam a noção de função, corroborando com um cenário preocupante, que se impõem não só como um grande desafio à instituição que os acolhe, mas também de uma imensa responsabilidade quanto a sua observância.

Palavras-chave: Educação Matemática. Representações. Semiótica. Conceito de Funções. Aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

The present work originates from research developed as a conclusion work for the degree course in Mathematics at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Rio Grande do Sul – Campus Osório, where we sought to observe and analyze the difficulties encountered by students regarding the different semiotic representations included in the concept of function, present in public exam questions, applied to selection processes. The objective of this study is to clarify the understanding of the mathematical object functions, students who intend to study a Degree in Mathematics arrive at teaching higher. The methodology used in the research is qualitative and investigative using a focus group, this, understood by students entering a Mathematics Degree course in a federal institution on the north coast of Rio Grande do Sul. Public issues are selected based on the assumptions that contemplate the Theory of Records of Semiotic Representations (TRRS) by Raymond Duval and analyzed from the same perspective regarding the performance of the participants. The concept of functions, the core of the research, in turn is essential to the development of the science of mathematics, where gaps in learning arising from basic education about this, tend to last for a large part of the graduation, if not, in its entirety, causing difficulties in understanding not only the respect to the mathematical object functions, but also to other contents, which They need this consolidated base to build their learning. Therefore, the From the records of semiotic representations, we will be able to observe which gaps the Mathematics graduates bring with them to graduation with regard to the concept of functions? During the research, we verified that in addition to the existence of such gaps in the learning brought to higher education from basic education by undergraduates in Mathematics regarding the concept of functions, there is a broad lack of knowledge about semiotic representations that constitute the mathematical object researched here. According to TRRS, these representations are the basis for any other related activities that involve the notion of function, corroborating a worrying scenario, which is not necessary only as a great challenge to the institution that hosts them, but also of an immense responsibility for its compliance.

Keywords: Mathematics Education. Representations. Semiotics. Functions Concept. Mathematics Learning

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

IES - Instituição de Ensino Superior

LD - Livro Didático

PCNs - Parâmetros Nacionais Curriculares

SAP - Santo Antônio da Patrulha

TCLE - Termo de consentimento livre e esclarecido

TRRS - Teoria dos registros de representações semióticas

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representações exploráveis no âmbito da TRRS para o ensino de funções	21
Figura 2 - Diagrama de Flechas.....	23
Figura 3 - Dados fornecidos no exemplo 3.....	24
Figura 4 - Tabela de Cordas.....	25
Figura 5 - Definição de função.....	26
Figura 6 - Plano cartesiano.....	29
Figura 7 - Definição de função afim.....	30
Figura 8 - Definição de função quadrática.....	31
Figura 9 - Esboços do gráfico da função quadrática.....	30
Figura 10 - Esboço do gráfico da função quadrática, primeira questão.....	54
Figura 11 - O grupo dos participantes.....	56
Figura 12 - Resolução da aluna A11 referente à questão Q7.....	64
Figura 13 - Resolução da aluna A10 referente à questão Q1.....	66
Figura 14 - Lacunas de tratamento do aluno A9 referente à questão Q1.....	66

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Tipos de funções de representações.....	18
Quadro 2 - Artigos relacionados.....	33
Quadro 3 - Construção do questionário, função afim e função quadrática.....	46
Quadro 4 - Respostas relacionadas ao perfil do estudante.....	57
Quadro 5 - Assertividade das respostas ao questionário de funções.....	58

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.....	16
2.1.1 Caracterização de Representações Ligadas ao Funcionamento Cognitivo.....	17
2.1.2 Semiósis e as Habilidades das Atividades Cognitivas Fundamentais.....	19
2.2 MATEMÁTICA E O OBJETO DE CONHECIMENTO.....	22
2.2.1 Apresentação e Definição de Função e o Livro Didático.....	22
2.2.2 Função Afim e Função Quadrática.....	28
2.3 TRABALHOS RELACIONADOS.....	32
3 METODOLOGIA	38
4 A PESQUISA	40
4.1 O PROBLEMA DE PESQUISA	40
4.2 OBJETIVO GERAL	41
4.2.1 Objetivos Específicos.....	41
4.3 A CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO DE PESQUISA.....	42
4.3.1 Elaboração e Justificativa.....	42
4.3.2 O Instrumento e as Hipóteses de Resoluções.....	45
4.3.3 Resolução e Representações Numa Questão Particular do Questionário.....	53
4.4 A APLICAÇÃO.....	56
4.4.1 Descrição dos Dados.....	56
4.4.1.1 <i>Os Questionários</i>	57
4.4.1.2 <i>As Observações</i>	59
4.4.2 Análise dos Dados.....	61
4.4.2.1 <i>Verificações Acerca dos Livros Didáticos</i>	62
4.4.2.2 <i>Contribuições Referentes ao Grupo Pesquisado</i>	63
5 RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
REFERÊNCIAS	72

APÊNDICES

APÊNDICE A - Instrumento pesquisa - Identificação e perfil do participante.....	75
APÊNDICE B - Questionário de pesquisa sobre função afim e função quadrática.....	76
APÊNDICE C - Algumas opções de resoluções do questionário sobre função afim e função quadrática.....	82
APÊNDICE D - Representações na Matemática, Um Olhar a Luz dos PCNs.....	86

ANEXOS

ANEXO A - Termo de consentimento livre e esclarecido.....	87
ANEXO B - Certificado de participação/apresentação na 13 ^o MoExp.....	90

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho vem ao encontro de outros estudos publicados motivadores desta pesquisa, Cintra (2019); Justulin (2019); Nogueira (2019); Pinto (2021); Ribeiro (2020) onde em suas pesquisas, observaram-se a partir de questionários exploratórios, as dificuldades dos estudantes em articularem entre diferentes registros de representações relacionados ao objeto matemático funções, situação recorrente independentemente do nível de ensino pesquisado. Justifica-se tais estudos, na medida de que essas pesquisas não se distanciam das avaliações em larga escala realizadas, como verificado em divulgação recente dos resultados das provas do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado do Rio Grande Sul, (Saers) de 2022, onde os estudantes do ensino médio, em Matemática, no mesmo ano, a proficiência média foi de 257, sendo 4% dos alunos com desempenho adequado e 96% com desempenho abaixo do básico e básico. Desse modo, exalta-se a importância de se produzir dados que sirvam de suporte para futuras ações, afirmação essa reforçada pela própria secretária estadual da Educação Raquel Teixeira, onde ressalta que “a educação com base em evidências é uma ferramenta estratégica que deve ser apropriada por todos os representantes da comunidade escolar” (GOVERNO, 2023).

Por certo, que temos a Educação Matemática como área contínua de pesquisas para a melhoria desses resultados, com o intuito da otimização das práticas docentes assim como o conhecimento de suas carências, onde a busca por respostas que proporcionem um saber efetivo na compreensão dos processos de aprendizagem se mostra uma utopia muito distante para sua contemplação, mas que se faz necessária como ente norteador e fomentador dos estudos sobre o tema. Observamos da mesma forma que o caminho que se percorre para tal, apesar de árduo, torna-se o passe para o enriquecimento do professor/pesquisador que demanda a compreensão dos processos cognitivos de instrução, donde ao estimular o saber coletivo no aperfeiçoamento das práticas escolares, desembrutece a si próprio à procura de soluções para as necessidades contemporâneas dos alunos que carecem cada vez mais de metodologias inovadoras e eficazes dentro dos processos de ensino.

Sabendo disto, esta pesquisa tem o intuito de desbravar outros caminhos dessa percepção quanto as práticas escolares e as dificuldades encontradas por alunos nos registros de representações para o conteúdo funções, tão presente no cotidiano do estudante assim como nas mais variadas áreas como Química, Física, Biologia. Usadas por matemáticos e cientistas, descrevem as relações entre quantidades variáveis e, assim, desempenham um papel central no cálculo e suas aplicações como assim descrito por Anton (2000, p. 16).

Deste modo, intenciona-se com esse projeto identificar à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), de Raymond Duval, através de um questionário com alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática, quais lacunas¹ no aprendizado que estes apresentam com relação ao conteúdo de Função Afim e de Função Quadrática.

Dentro do contexto atual, a própria Base Nacional Comum Curricular (BNCC) contribui com esse aspecto onde infere sobre a mobilização de habilidades relativas à representação e a competência na comunicação para expressar tais generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado, o que faz ressonância com a TRRS, a qual será utilizada nesse projeto.

As competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático, “[...] o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade” (BRASIL, 2018). Mostra-se assim indispensável a compreensão do objeto matemático em toda sua extensão, de seus possíveis registros e poder alternar entre eles até a representação em linguagem natural (expressar na língua materna), onde trazer significado ao abstrato é o que alicerça a aprendizagem do conceito e assim poder manifestar o aprendido, para onde, o conteúdo de funções não se abstém dessa premissa e ao saber, que não se resume à transcrição de dados (repetição de fórmulas) frequentemente observada como prática recorrente na trajetória escolar.

Destarte, a pesquisa aqui explicitada, é constituída a partir de estudos realizados acerca da Teoria dos Registros de Representações Semióticas e de sua relação com o objeto matemático funções, assim como de trabalhos relacionados a o tema. Consequente, compõe o estudo a verificação de como é exposto o objeto matemático funções aos alunos quanto a sua apresentação, contemplada em três livros didáticos acessíveis aos participantes da investigação.

O estudo é qualitativo de caráter exploratório, onde dentro de um grupo focal com o auxílio das representações semiótica aplicadas em questionário, buscou-se elementos passíveis de análise com base nos pressupostos da TRRS. Este, no intuito da verificação na compreensão dos alunos no que tange ao objeto matemático função, assim como suas lacunas quanto ao aprendizado trazidas por eles da educação básica, que quando não sanadas, desmotivam o discente e comprometem seu desempenho durante grande parte de sua trajetória acadêmica.

¹ Lacunas - 1 Espaço em vão ou em branco; 2. Interrupção; 3. Intervalo; 4. Falta, omissão. "lacuna", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2023, <https://dicionario.priberam.org/lacuna>. Assumimos aqui lacuna como sendo toda interrupção, falta ou omissão na compreensão do objeto matemático ensinado/aprendido.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Concordamos com Duval (2009, p.19) quando ele descreve que um trabalho de aprendizagem específico centrado sobre a diversidade de sistemas de representação, sobre a utilização de suas possibilidades próprias, sobre sua comparação por colocar em correspondência e sobre suas “traduções” mútuas uma dentro da outra parece necessário para favorecer a coordenação entre os registros dessas representações.

Desse modo, ao analisar o conteúdo de funções, a perspectiva de trabalho baseou-se nas teorias de Raymond Duval de como a articulação entre os registros de representação semiótica implicam na compreensão matemática, levando em consideração os aspectos cognitivos de formação, tratamento e principalmente de conversão fundamentais para aprendizagens intelectuais segundo as contribuições desse autor, onde a respeito deste e sua relevância, nos apresenta Machado (2016):

Raymond Duval é filósofo e psicólogo de formação. Trabalhou no Instituto de Pesquisa em Matemática (Irem) de Estrasburgo, na França, de 1970 à 1995, onde desenvolveu fundamentais estudos relativos à Psicologia Cognitiva, que redundaram, dentre outras publicações, em sua obra *Sémiosis et pensée humaine*. [...] Autor de várias pesquisas, cujos resultados têm sido divulgados em revistas científicas francesas e internacionais. Duval trata, em sua extensa produção, principalmente do funcionamento cognitivo, implicado sobretudo na atividade matemática e nos problemas de tal aprendizagem. [...] Ele desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, em termos de mudança de registros de representação semiótica, na referida obra *Sémiosis et pensée humaine* (MACHADO, 2016, p.07).

Duval em sua obra, nos traz o quão necessário são as análises de atividades cognitivas fundamentais para a conceptualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos para a aprendizagem das matemáticas, assim, o autor elenca os muitos sistemas semióticos de representação e de expressão que são envolvidos nesse processo:

A particularidade da aprendizagem em matemáticas considera que essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens: sistemas variados de escritura para os números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébrica e lógica que contenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc (DUVAL, 2009, p. 13).

Corroborando com a elaboração do estudo a necessidade dos Professores em serem capazes de identificar lacunas no aprendizado referentes ao conteúdo de funções trazidas da escola básica, para assim, poderem traçar possíveis estratégias de intervenção didática para que estas não perdurem como sendo motivo de flagelo ao discente durante sua trajetória acadêmica.

Para tanto, o projeto apoiando-se na TRRS para a pesquisa e análise no que concerne ao conteúdo de Função Afim e Função Quadrática, tomou como princípio a atenção as suas formas de representação e a articulação entre os registros, pois segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), ao fazer a conversão entre eles, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar, enfim, ampliam sua habilidade de pensar matematicamente indispensável no curso de graduação em Matemática no qual estão ingressando.

2.1 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A aprendizagem em matemáticas constitui segundo Duval (2009), um campo privilegiado para analisar as atividades cognitivas fundamentais como a conceptualização, o raciocínio, a resolução de problemas, a compreensão de textos, enfim, toda uma estrutura que, em suma, requerem a mobilização de representações, seja no intuito de expressá-las para exprimir relações ou para realizar operações entre as mesmas, estas em suas mais distintas formas, como figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos, operações em escritura algébrica ou lógica, tabelas, diagramas, compondo assim toda uma gama de sistemas semióticos que podem de alguma maneira serem expostos por meio de imagens ou representados por meio de linguagem natural. Para Santaella (2019) o interesse da semiótica está em

[...]compreender quais processos existentes nas linguagens as capacitam para significar, serem interpretadas e produzir sentido para o ser humano. Para a semiótica, devem existir princípios comuns a todas as linguagens que possibilitam a cada uma à sua maneira desempenhar a função de significar, permitir os intercâmbios de sentido entre os seres humanos (SANTAELLA, 2019, p.27).

De mesma forma, a autora ainda infere sobre a origem da palavra semiótica, como tendo sua raiz na origem grega, *semeion* que quer dizer “signo”, onde a mesma relata que para a maioria das correntes da semiótica ela é definida como uma doutrina, ciência ou teoria dos signos. Segundo a autora, ao remeter a algo, o signo produz também algo, uma impressão na mente de um possível intérprete (aquele que recebe este signo). Assim sendo, contribuiremos nesta seção com as facetas que compõem a significação para a compreensão no âmbito do pensamento humano para as aprendizagens em matemática, baseadas desta maneira nos registros de representações semióticas.

2.1.1 Caracterização de Representações Ligadas ao Funcionamento Cognitivo

Antes de qualquer ponderação, temos que enfatizar a importância na diferenciação entre o objeto matemático e a sua representação, pois um único objeto matemático pode ter diversas representações distintas, onde a não observância dessa premissa pode levar o estudante a uma perda de compreensão. Então, por hipótese, toda representação é uma maneira de explicitar o objeto matemático, o que é totalmente plausível visto que em suma, a matemática é um ente abstrato, onde sua identificação se dá internamente por uma imagem ou conceptualização mental.

No âmbito do pensamento humano, Duval (2009), quanto aos aspectos da cognição ele conceitua esses processos segundo as terminologias: *semiósisis* e *noéisis*.

Se chamamos de *semiósisis* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e *noéisis* os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência, parecia então evidente admitir que *noéisis* é independente da *semiósisis* ou, ao menos, a dirige (DUVAL, 2009, p.15).

O que nos leva a inferir que a *semiósisis*, está intimamente ligada as representações semióticas, enquanto que a *noéisis* nos reporta as condições para a produção de uma representação mental. O autor distingue esses dois tipos de representações, semiótica e mental, acrescentando ainda a representação computacional na base de aquisição dos conhecimentos ou como condição para a produção de um ambiente favorável para os estudos de seus tratamentos na área da psicologia.

As primeiras noções de representação mental surgiram envoltas pela teoria piagetiana entre 1924-1926, com o estudo A Representação do Mundo da Criança, do autor Jean Piaget ²e que mais tarde em outra obra, O Nascimento da Inteligência da Criança, ele nos reporta à noção de representação como “evocação dos objetos ausentes”, como descrito por Duval (2009).

É preciso tempo para interiorizar as ações em pensamento porque é bem mais difícil se representar o desenrolar de uma ação e dos seus resultados em termos de pensamento do que se limitar à sua execução material...
A interiorização das ações supõe também sua reconstrução em um novo plano e essa reconstrução pode passar pelas mesmas fases, porém com uma maior diferença que a reconstrução anterior da própria ação...(PIAGET, 1969, p.52 apud DUVAL, 2009, p.30).

² Jean PIAGET - Suíça - (1896-1980) Psicólogo construtivista. Pesquisas baseadas na observação sistemática e no método clínico. Epistemologia genética. Teoria do desenvolvimento cognitivo descrevendo estádios sequenciais.

Dessa forma, podemos definir representação mental, como sendo uma representação interna ao indivíduo, mas consciente, onde na ausência dos elementos significantes o estudante pode acessar o objeto segundo sua percepção. Quanto a essa classificação, Duval (2009) nos explica que

A oposição consciente/não-consciente, é a oposição entre o que, de uma parte, aparece a um sujeito e que ele nota, e, de outra parte, o que lhe escapa completamente e que ele não pode notar. [...] A passagem do não consciente ao consciente corresponde a um processo de objetivação para o sujeito que toma consciência.

Esse caráter intencional das representações conscientes é essencial do ponto de vista cognitivo. Porque ele permite tomar contas do papel fundamental da significação na determinação dos objetos que podem ser remarcados pelo sujeito.

A oposição externa/interna é a oposição entre aquilo que o indivíduo, de um organismo ou de um sistema, é diretamente visível e observável e aquilo que, ao contrário, não é. [...] As representações internas são as representações, pertencendo a um sujeito e que não são comunicadas a um outro pela produção de uma representação externa.

As representações externas preenchem então uma função de comunicação. Mas elas preenchem igualmente duas outras funções cognitivas: a função de objetivação, como todas as representações conscientes, e a função de tratamento (DUVAL, 2009, p.40-42).

Por outro lado, as representações computacionais, são representações não conscientes, que se manifestam traduzindo uma informação externa em um algoritmo de transformação de significantes como forma de tradução. São requeridas sempre nos processos de tratamento matemático, pois acontecem com um custo cognitivo quase nulo, dadas internamente, alicerçam de forma autônoma os processos cognitivos do pensamento.

Sobre as representações semióticas, podemos conjecturar como sendo a forma que os objetos assumem segundo uma perspectiva externa do indivíduo que as observa, na qual a partir de uma operação cognitiva de conversão, pode-se transcrever aquela representação em outra equivalente de um outro registro diferente do inicial. Não apenas utilizadas para fins de comunicação na exposição de uma representação mental, as representações semióticas alastram-se muito além dos símbolos, pois é nela que se formam as percepções dos signos, os quais são base para toda significação adquirida pelo sujeito, tornando-a fundamental como suporte para o desenvolvimento de toda atividade matemática.

Quadro 1 - Tipos de funções de representações

	INTERNA	EXTERNA
CONSCIENTE	Mental Função de objetivação	Semiótica Função de objetivação Função de expressão Função de tratamento intencional

NÃO-CONSCIENTE	Computacional Função de tratamento automático ou quase instantâneo	
----------------	--	--

Fonte: Duval (2009, p.43)

Segundo essa percepção, as diferenciações entre os tipos de representações nos encaminham para a construção do pensamento em termos de cognição, pois a possibilidade da tomada de consciência de um objeto, só é possível dentro de um certo grau de representações que o indivíduo consegue manter e expressar.

2.1.2 Semiósis e as Habilidades das Atividades Cognitivas Fundamentais

Existem três atividades cognitivas fundamentais de representação que são associadas diretamente às transformações necessárias para o funcionamento cognitivo do pensamento humano, sendo elas:

Formação – A primeira a evidenciarmos, pois ela contempla todo aporte as outras atividades. Ela está fixada em uma base particular que exprime quando acessada uma representação mental, quer seja na identificação de unidades significantes ou quanto na “evocação” de um objeto real. Essas atividades se dão de forma interna e não-conscientes.

Tratamento – Essas operações têm por característica principal as suas transformações ocorrerem dentro de um mesmo registro de representação semiótica ou de um sistema semiótico particular. Elas são realizadas no intuito de evidenciarmos um dado não aparente na escritura simbólica de saída, tornando-a mais acessível no registro de chegada. A atividade de tratamento é uma expansão informacional delimitada no domínio das regras de conformidade próprias do registro. Elas caracterizam-se em duas formas, as instantâneas, que se dão de forma automatizada e consciente e as intencionais, sendo também conscientes, apoiam-se sobre dados provisoriamente remarcados numa visão furtiva do objeto como descrito por Duval (2009).

Conversão – Talvez essa seja a mais instigante do ponto de vista didático, pois as características dessa atividade influenciam diretamente na percepção do aluno que aprende, porquanto, em função dela, é que ele poderá acessar de forma consciente o objeto matemático estudado.

Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro. [...] Mas, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação

representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. No entanto, essa diferença entre o estrito ponto matemático e o ponto de vista cognitivo não é muitas vezes levada em conta nas pesquisas em didática e no ensino de matemática (DUVAL, 2016, p.16).

Assim, torna-se fundamental estabelecer a diferença entre o conteúdo de uma representação e o objeto matemático a fim de torná-lo compreensível, o que do contrário, apenas contemplaria dentro da matemática transformações operatórias de repetição, sem uma interpretação global acessada por uma ação cognitiva.

A Conversão se dá numa transformação externa em relação ao registro de representação de partida como nos esclarece e exemplifica o autor:

A ilustração é a colocação em correspondência de uma palavra, de uma frase, ou de um enunciado com uma figura ou com um de seus elementos. A passagem inversa, da imagem a um texto, pode ser uma descrição ou uma interpretação. A colocação em equação dos dados de um enunciado do problema é a conversão de diferentes expressões linguísticas de relações em outras expressões dessas relações no registro de uma escritura simbólica. Este último exemplo mostra que o conteúdo da representação obtida pode apenas recobrir muito particularmente aquele da representação de partida: a colocação em correspondência permitindo que a conversão se efetue com frequência ao preço de uma seleção no conteúdo da representação de partida e também ao preço de uma organização de seus elementos (DUVAL, 2009, p.59).

Essa correspondência é estabelecida na dependência de critérios de congruência dadas por unidades significantes ou combinações de unidades simples. Essas comparações podem ser feitas diretamente ou através de uma terceira representação que as “codifique” de tal forma a gerar entendimento quanto as representações que se quer comparar, como estabelecido por Duval (2009).

Considerando os aspectos que contribuem com tais comparações, na qual o autor estabelece os critérios de congruência que incidem sobre esses processos, os relacionamos a seguir:

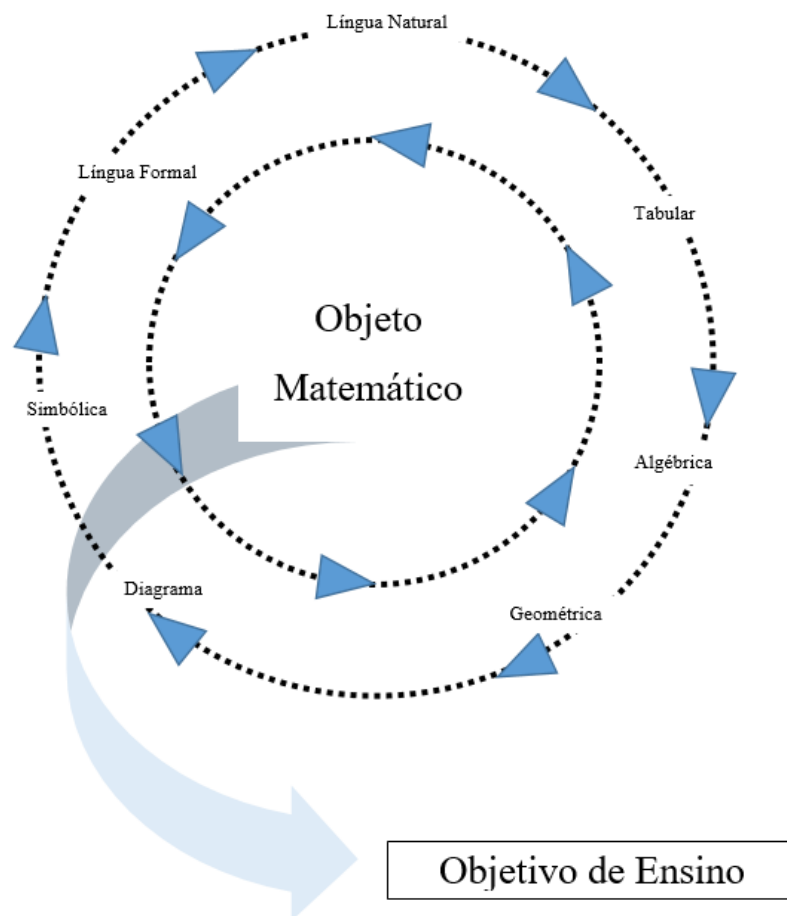
Possibilidade de uma correspondência “semântica” dos elementos significantes – a cada unidade significativa simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significativa elementar. Considera-se como unidade significativa elementar toda unidade que se destaca do “léxico” de um registro.

Univocidade “semântica” terminal – para cada unidade significativa elementar da representação de partida, corresponde uma só unidade significativa elementar no registro de representação de chegada.

Ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das representações – é pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão. Esse critério é, sobretudo, importante quando se trata de comparar frases e fórmulas literais.

A partir destas, podemos apontar o grau de congruência e não-congruência que contribuem para certas dificuldades que os alunos podem encontrar para o objeto matemático funções na conversão de uma representação em outra semioticamente diferente.

Figura 1 - Representações exploráveis no âmbito da TRRS para o ensino de funções



Fonte: o autor

Em virtude da importância da transição entre esses registros de representação semiótica e de estarem intimamente ligados ao funcionamento cognitivo do pensamento, torna-se plausível verificar quais lacunas identificáveis que interferem na sua coordenação e, que de algum modo, agravam as dificuldades encontradas por alunos na aprendizagem quanto ao objeto matemático funções, colocado em evidência neste estudo.

2.2 MATEMÁTICA E O OBJETO DE CONHECIMENTO

Quando voltamos nosso olhar ao Ensino Médio, observamos que a Base Nacional Comum Curricular “orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos” (BRASIL, 2018). Logo, não podemos resumir o saber matemático a fórmulas e suas repetições, mas sim uma abstração além dos símbolos, onde as habilidades promovam competências sendo que a melhor ferramenta que o aluno há de dispor seja o pensamento matemático.

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem (BRASIL, 2018, p.277).

Desse modo, acreditamos que através de um olhar mais apurado sobre os registros de representação semióticos podemos contribuir de forma significativa no cumprimento dessas diretrizes, identificando potenciais mazelas que circundam os processos de ensino e aprendizagem em matemática. Para tanto, nessa seção contribuiremos com um exposto de ferramentas disponíveis ao profissional docente, os livros didáticos, para suporte no ensino do conteúdo aqui explicitado, funções, dentro de um recorte de suas apresentações iniciais. Também pontuaremos as definições referentes ao conteúdo e, em especial com relação a função afim e função quadrática.

2.2.1 Apresentação e Definição de Função e o Livro Didático

Usaremos para esse tópico o livro Fundamentos De Matemática Elementar para expormos as definições e conceitos referentes ao conteúdo funções, pois este é base dentro do curso de Licenciatura em Matemática ao qual os alunos participantes da pesquisa estão ingressando e, por sua vez, o terão de referência. Da mesma forma faremos um contraponto com relação as representações abordadas nas edições atuais de livros didáticos que são bases ou referenciais para os professores no momento presente.

Os livros didáticos selecionados foram:

- Livro 1 - Prisma Matemática: conjunto e funções, de Bonjorno, Giovanni Jr e Sousa (2020);
- Livro 2 - Multiversos Matemática: conjuntos e função afim, de Sousa (2020);

- Livro 3 - Matemática Contextos e Aplicações, de Dante (2016).

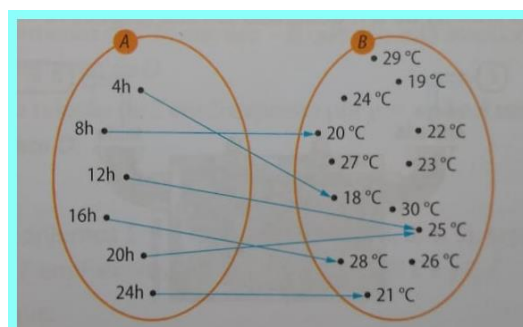
As escolhas se deram em função de sua relevância como ferramentas auxiliares para o profissional docente, visto que nem sempre a carga horária de trabalho do professor permite que este passe por processos de formação, sendo que desse modo, o livro didático torna-se um norte para a condução e atualização de suas aulas.

Os dois primeiros livros, Prisma Matemática: conjunto e funções e Multiversos Matemática: conjuntos e função afim são lançamentos recentes e, em teoria, atualizados com as novas diretrizes de ensino, assim como o uso de metodologias e abordagens mais familiarizadas com a realidade presente. Já o livro Matemática Contextos e Aplicações, é uma ferramenta muito comum em prateleiras das salas de aula, sendo que a edição em questão, pertence ao PNLD 2018 a 2020, onde o espaço temporal coincide com o período em que os participantes da pesquisa estariam no primeiro ano do Ensino Médio.

Os livros didáticos supracitados apesar de em comum usarem a língua natural como primeira representação relacionada ao conceito de função, todos a fazem sob uma ótica intuitiva, com introduções distintas comparadas umas às outras.

Em verificação as primeiras apresentações, notou-se que no livro Prisma Matemática: conjunto e funções no capítulo 2 onde já denominado por Função afim, toma uma situação clássica como primeira abordagem: “ Você sabe como é calculado o valor de uma corrida de táxi? ” (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA, 2020, p.58). Essa contextualização é muito utilizada como introdutória e em exercícios de fixação. Após, explica o que será estudado em seguida e traz a ideia de função como relações de dependência, usando já na página seguinte o uso da representação tabular com o uso dos termos de “ variável independente” e “variável dependente”, com exemplos de situações de utilização para as relações entre grandezas. Seguinte, é apresentado o que o autor chama de esquema, conhecido como diagramas de flechas, onde que para cada elemento do conjunto A, existe um único elemento no conjunto B relacionado, ele então afirma que tal relação é uma função.

Figura 2 - Diagrama de Flexas

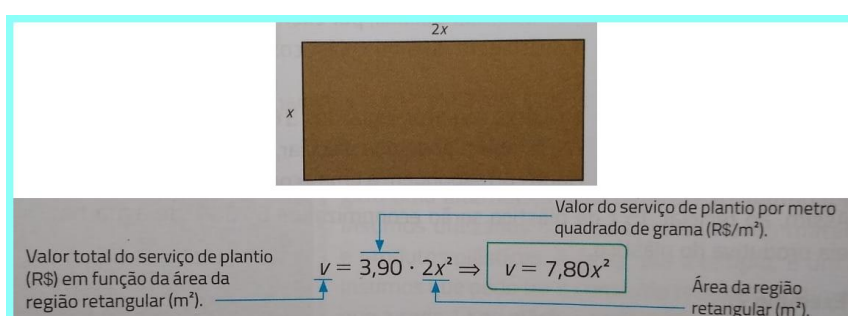


Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr e Sousa (2020, p.63)

Em uma terceira situação, o autor nos traz a representação geométrica em foco, onde a determinação da área A de um quadrado, é dada pelas medidas dos seus lados l , mostrando a figura e enunciando a fórmula para resolução $A = l^2$.

Já no livro *Multiversos Matemática: conjuntos e função afim*, o tema função aparece primeiramente como coadjuvante no capítulo 2, denominado *Relações entre grandezas e noção de função*, entre as páginas 52 a 63 é abordado o tema *Grandezas e só após entra com o tópico Noção de Função*. Este autor traz temas mais atuais, como o uso e reciclagem de plástico, onde ao atribuir valores fictícios às variáveis, parte de uma representação em língua natural e converte em tabular. Na segunda situação, utiliza o exemplo de uso de *smartphone* para a contratação de serviço de delivery, já introduzindo a representação algébrica quando relaciona a variável “d” como distância percorrida, sendo que a taxa de entrega está em função dessa distância. Outra, no exemplo três, traz a representação geométrica em sua elaboração, onde nos é enunciado um problema com relação a uma área de plantação de grama que “[...]. Essa região deve ter formato de retângulo, cuja medida de comprimento seja o dobro da medida da largura. [...] O melhor preço o colégio conseguiu foi o de uma empresa de jardinagem que orçou em R\$ 3,90 o plantio de cada metro quadrado de grama ” (SOUSA, 2020, p.66).

Figura 3 - Dados fornecidos no exemplo 3

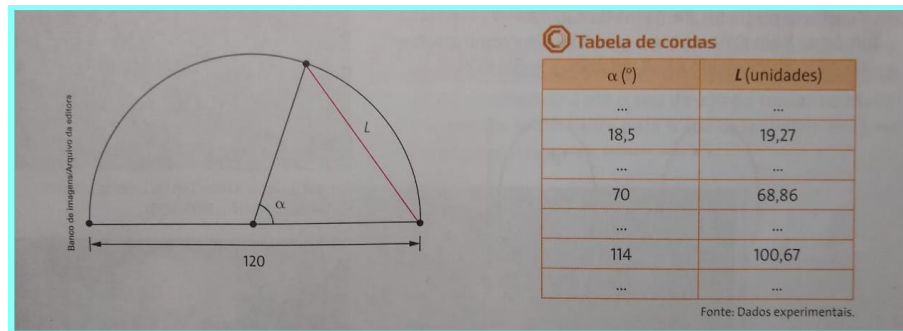


Fonte: Sousa (2020, p.66);

Em nosso terceiro livro averiguado, na página 40 da obra *Matemática Contextos e Aplicações*, no capítulo 2, o tópico *Funções* aborda o tema tomando um contexto histórico como base, trazendo a exposição de uma tábua escrita por babilônicos, datada do século XIX a. C. onde ressalta aquele artefato continha uma tabela de multiplicação por 72, remetendo a ideia de função. Em seguida, avança para o período antigo, no século II, com Cláudio Ptolomeu,

cientista de Alexandria que elaborou uma a “famosa Tabela de Cordas”, instrumento fundamental para cálculos de astronomia e navegação para a época segundo o autor.

Figura 4 - Tabela de Cordas



Fonte: Dante (2016, p.41)

A tabela acima considera uma semicircunferência com diâmetro de 120 unidades para sua construção, onde para cada ângulo central α , entre 0° e 180° é associado um comprimento L da corda correspondente. Logo após o autor cita outro importante momento histórico, ao inferir sobre a palavra função observada em correspondências entre dois grandes matemáticos, o suíço Jean Bernoulli e o alemão Gottfried Leibniz, dado no sentido que hoje é usado:

Inicialmente Leibniz dizia, falando de um problema de geometria, que certos elementos devem ter alguma função. As cartas continuaram e, em uma carta de Bernoulli para Leibniz no ano de 1698, aparece a frase:

“...função é uma quantidade que de alguma maneira é formada por quantidades indeterminadas e quantidades constantes”.

E Leibniz responde:

“...e eu estou contente em ver que você usou o termo função de acordo com o meu sentido” (DANTE, 2016, p.41).

Ainda falando da evolução do conceito função, cita o suíço Leonard Euler trazendo a notação de função $f(x)$ e, em seguida traz uma primeira representação formal dada por Lejeune Dirichlet, onde no século XIX, o alemão define função como: “ Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x , corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y . Nesse caso, x , denomina-se variável **independente**, e y , variável **dependente**” (DANTE, 2016, p.42, grifo do autor).

Após, no fim do mesmo século XIX, o autor complementa que com a disseminação da linguagem de conjuntos, tonou-se possível a definição segundo esse meio: “Dados os conjuntos X e Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se: uma função de X em Y) é uma regra que determina como associar a cada elemento $x \in X$ um único $y = f(x) \in Y$ ” (DANTE, 2016, p.42).

No aparte acima, vimos como os autores dos livros selecionados introduzem o conceito de função em suas obras, onde nossa intenção não se remete a um aprofundamento maior dos conteúdos das mesmas, mas sim em identificarmos como essas ferramentas se apresentam ao professor que os tem como guia para a concepção de suas aulas. Notamos que estes dispõem de propostas diferentes quanto ao uso das representações na apresentação aos alunos, tendo os dois primeiros livros analisados, *Prisma Matemática: conjunto e funções* e *Multiversos Matemática: conjuntos e função afim*, uma preocupação na diversificação de situações em que aparecem o conteúdo funções, trazendo um horizonte mais amplo já na introdução, dispondo por sua vez de uma quantidade maior de representações do objeto matemático abordado. Já o terceiro livro *Matemática Contextos e Aplicações* que é PNDL coincidente com o público pesquisado nesse trabalho, nos traz o contexto histórico como abordagem inicial para o conteúdo funções, dado que nas cinco primeiras páginas desse capítulo, pouco se notou o uso das representações, sendo as que são expostas nesse trecho, são as representações em linguagem formal e de diagrama, ainda como descrição de um fato que se sucedeu no passado e que apenas se assemelham as do momento presente.

Assim sendo, como referimo-nos anteriormente tomaremos como apoio o livro *Fundamentos De Matemática Elementar*, quanto as definições referentes ao conceito função e suas representações e, no caso em particular, para função afim e função quadrática.

Iezzi e Murakami (2013), no capítulo V – Introdução às funções de seu livro, ao iniciar essa seção apresenta alguns exemplos sobre o conceito de função e em seguida define que:

Figura 5 – Definição de função

II. Definição de função

71. Dados dois conjuntos A e B (*), não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de **aplicação de A em B** ou **função definida em A com imagens em B** se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

$$f \text{ é aplicação de } A \text{ em } B \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists ! y \in B \mid (x, y) \in f)$$

Fonte: Iezzi e Murakami (2013, p.81)

Em Bonjorno, Giovanni Jr e Sousa (2020), a definição de função é apresentada logo após as representações introdutórias do conceito: “Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma relação que associa cada elemento de x de A a um único elemento y de B ”. Em seguida, expõe a representação simbólica de função, com a notação: $f: A \rightarrow B$ (lê-se:

de A em B), complementando que “A função f transforma x de A em y de B , o que pode ser escrito como $y = f(x)$ (lê-se y é igual a f de x)” (*op. cit.*, 2020, p.64). Nota-se uma preocupação do autor quanto a definição de função, expondo a mesma em sua representação simbólica e como se “lê” na linguagem formal.

Outrossim, Sousa (2020) dentro do tópico Conceito de Função, nos traz agora a representação tabular e a representação em diagramas, não apresentada na seção anterior, e após define: “Dados dois conjuntos não vazios A e B , denominados Função de A em B a relação unívoca que associa cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$. Podemos indicar uma função de A em B da seguinte maneira: $f: A \rightarrow B$ ou $A \xrightarrow{f} B$. Lê-se: função f de A em B ” (*op. cit.*, 2020, p.70). Na sequência da definição de função, ele denomina: domínio da função $D(f)$, contradomínio da função $CD(f)$, imagem de x , conjunto imagem da função $Im(f)$ e lei de formação, inferindo sobre suas relações entre si e com os conjuntos A e B . Este autor trouxe pelo menos quatro representações do objeto matemático estudado, em língua natural, tabular, algébrica, geométrica para só então trazer a representação de linguagem formal e simbólica para então assim definir função.

Dante (2016), depois do contexto histórico apresentado, explora uma noção intuitiva de função através da representação tabular, após traz essa mesma noção usando a nomenclatura de conjuntos, representação essa que ainda não tinha sido até então abordada para o assunto função. Em seguida destaca o tópico Definição e notação, no qual disserta que: “Dado dois conjuntos não vazios, A e B , uma função de A em B , é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento y em B ” (*op. cit.*, 2016, p.49). Traz a mesma notação da representação simbólica como o autor anterior: $f: A \rightarrow B$ ou $A \xrightarrow{f} B$. Lê-se: f é uma função de A em B . O autor ainda complementa com uma notação não representada pelos outros autores, relacionado diretamente os elementos dos conjuntos: “A função f transforma x de A em y de B , ou seja, $f: x \rightarrow y$ ” (*op. cit.*, 2016, p.49). Então é apresentada a representação em forma de diagrama, onde descreve a relação: $y = f(x)$ (lê-se y é igual a f de x). Esta obra tem sua apresentação de introdução ao conteúdo funções até a definição, dada de forma mais sucinta em comparação com as outras obras investigadas.

Diferentemente do aparte anterior, as representações apresentadas pelos autores, são de certa forma parecidas quanto a sua concepção, com algumas poucas alterações na escrita em linguagem formal e outras melhor complementadas na forma simbólica, o que era esperado por não haver espaços para distorções nas definições para o conteúdo abordado.

Outrossim, não nos alongaremos com os comparativos com relação aos livros didáticos quanto as definições e conteúdo de função afim e função quadrática, pois como mencionado anteriormente, não é propósito deste trabalho analisar as obras por suas concepções, mas sim, observar as diferentes apresentações das representações do objeto matemático estudado em obras acessíveis ao público alvo da pesquisa, donde as primeiras abordagens realizadas pelos autores nos mostram que apesar se serem ótimos livros, o quão se faz importe uma escolha de material que se adapte ao perfil do professor.

2.2.2 Função Afim e Função Quadrática

Desse modo, para demais definições com relação ao objeto matemático função, onde nos limitaremos aos conteúdos de função afim e função quadrática, usaremos a obra Fundamentos De Matemática Elementar como referencial a ser seguido.

Os autores Iezzi e Murakami (2013), inferem sobre domínio e imagem da função da seguinte forma: “Considerando que toda função f de A em B é uma relação binária, então f tem um domínio e uma imagem”. Em seguida, definem:

Domínio - como sendo o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções: domínio = conjunto de partida, ou seja: $D = A$.

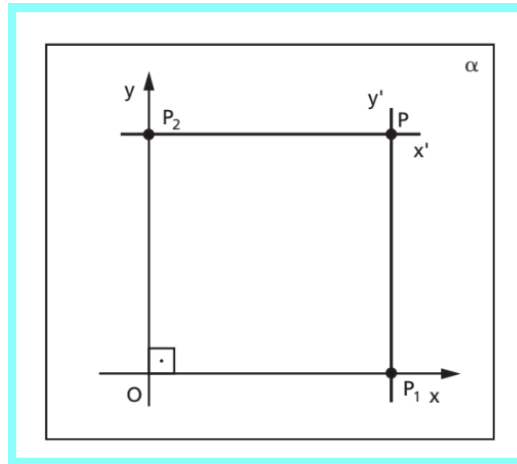
Imagem - o conjunto Im dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $(x, y) \in f$. Portanto, imagem é subconjunto do contradomínio, isto é: $Im \subset B$.

Cabe salientar que quando trabalhamos com funções é essencial entender as representações simbólicas que nos informam onde estas estão definidas as funções, ou seja, saber além da lei de formação, o conjunto de partida domínio $D(f)$ e o de chegada no seu contradomínio $CD(f)$. Notemos que uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tem seu domínio e contradomínio no conjunto dos reais, diferentemente de em $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, onde os valores que x pode assumir pertencem ao conjunto dos naturais ou ainda, a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ onde seu contradomínio compreende os valores pertencentes conjunto dos inteiros. Notemos que para essa última situação teremos uma representação gráfica diferente do habitual, sendo esta com a imagem da função representada no plano cartesiano por pontos discretos relacionados aos respectivos pares ordenados, não sendo possível “liga-los” através de uma linha contínua, pois isso nos levaria ao erro de considerar valores não correspondentes ao contradomínio estipulado.

Representação gráfica – para construir o plano cartesiano, Iezzi e Murakami (2013), considera dois eixos x e y perpendiculares em O , os quais determinam o plano α . Dado um

ponto P qualquer, $P \in \alpha$, conduzamos por ele duas retas: $x' \parallel x$ e $y' \parallel y$. Denominemos P_1 a interseção de x com y' e P_2 a interseção de y com x' .

Figura 6 - Plano cartesiano



Fonte: Iezzi e Murakami (2013, p.65)

A partir dessas condições o autor define:

- a) abscissa de P é o número real x_P representado por P_1 ;
- b) ordenada de P é o número real y_P representado por P_2 ;
- c) coordenadas de P são os números reais x_P e y_P , geralmente indicados na forma de um par ordenado (x_P, y_P) em que x_P é o primeiro termo;
- d) eixo das abscissas é o eixo x (ou Ox);
- e) eixo das ordenadas é o eixo y (ou Oy);
- f) sistema de eixos cartesiano ortogonal (ou ortonormal ou retangular) é o sistema xOy ;
- g) origem do sistema é o ponto O ;
- h) plano cartesiano é o plano α .

Podemos ainda acrescentar que através da análise do gráfico inferimos sobre domínio e a imagem da função, pois através deste, identificamos na sua projeção sobre o eixo das abscissas o seu domínio e, da mesma forma a imagem, que se obtém na projeção do gráfico sobre o eixo das ordenadas.

Função Afim – O autor define de forma direta o conceito como apresentado na figura abaixo:

Figura 7 - Definição de função afim

IV. Função afim

83. Uma aplicação de \mathbb{R} em \mathbb{R} recebe o nome de **função afim** quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$ e b são números reais dados.

$$f(x) = ax + b \quad (a \neq 0)$$

Fonte: Iezzi e Murakami (2013, p.100)

Também denominada por função polinomial do primeiro grau, a função afim tem sua representação gráfica identificada por uma linha reta, podendo ser obtida através de dois pontos distintos, $P(x_P, y_P)$ e $Q(x_Q, y_Q)$, onde ao atribuir dois valores diferentes à variável independente x (abscissa), obtemos valores correspondente na variável dependente y (ordenada), constituindo assim os pares ordenados referentes aos pontos dados. Esses valores (x, y) indicam as respectivas coordenadas de um ponto P e outro ponto Q , a serem plotados no plano cartesiano α , necessários para a construção da referida reta.

Dada uma função $f: A \rightarrow B$, com valor de $x \in A$, com $a \neq 0$, solucionamos a equação $f(x) = 0$. A esse procedimento denominamos zero da função, ou seja, $ax + b = 0$, o que nos leva a:

$$ax + b = 0 \leftrightarrow ax = -b \leftrightarrow x = -b/a$$

O zero da função afim identifica o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das abscissas.

Quando $a = 0$, podem acontecer duas situações:

- Se $b \neq 0$, teremos uma função constante com o gráfico não cruzando o eixo das abscissas, não havendo zero da função.
- Se $b = 0$, teremos uma função constante $y = 0$, função nula cujo gráfico coincide com o eixo das abscissas, desse modo, para todo $x \in \mathbb{R}$ estes serão zeros da função dada.

No livro Fundamentos De Matemática Elementar, o autor ainda decorre sobre outras características comportamentais da função polinomial do primeiro grau, as quais não nos aprofundaremos, tendo em vista que a necessidade de exprimirmos a definição e as formas com que as representações se apresentam para o objeto matemático em questão, já estão contempladas nesse aparte.

Função Quadrática - como no item anterior, Iezzi e Murakami (2013), nos apresentam a definição:

Figura 8 - Definição de função quadrática

I. Definição

107. Uma aplicação f de \mathbb{R} em \mathbb{R} recebe o nome de **função quadrática** ou do **2º grau** quando associa a cada $x \in \mathbb{R}$ o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$, em que a , b e c são números reais dados e $a \neq 0$.

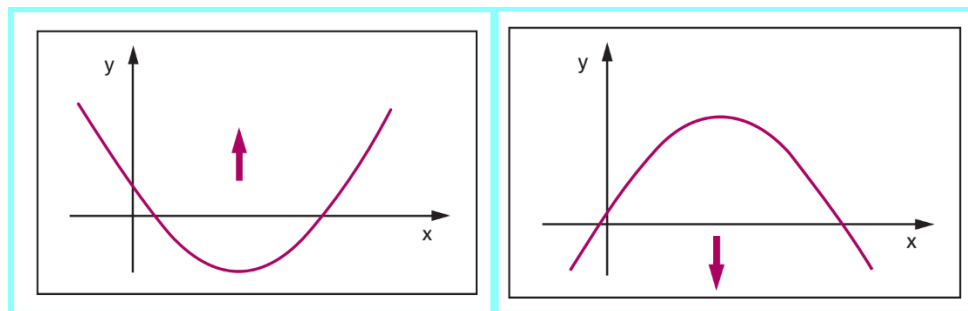
$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

Fonte: Iezzi e Murakami (2013, p.137)

Após alguns exemplos, onde ele traz a representação tabular e a representação gráfica correspondente, em seguida nos expõe a interpretação através do coeficiente a da função quadrática, onde mostra que:

A parábola representativa da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ pode ter a concavidade voltada para “cima” ou voltada para “baixo”, conforme as figuras abaixo:

Figura 9 - Esboços do gráfico da função quadrática



Fonte: Iezzi e Murakami (2013, p.137)

Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima. Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo como pontua o autor.

A obra, parte da representação canônica para dar solução aos zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, para encontrar os valores de x reais tais que $f(x) = 0$, com $\Delta = b^2 - 4ac$, também chamado discriminante do trinômio da equação do segundo grau. Assim segue que:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned}$$

Ainda quanto ao discriminante, temos o fato de $\sqrt{\Delta}$ influenciar na existência de raízes

reais para a equação dada, assim vejamos que:

1°) $\Delta > 0$, a equação apresentará duas raízes distintas, que são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2°) $\Delta = 0$, a equação apresentará duas raízes iguais, que são:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

3°) $\Delta < 0$, sabendo que nesse caso $\sqrt{\Delta} \notin \mathbb{R}$, diremos que a equação não apresenta raízes reais (IEZZI; MURAKAMI, 2013, p.141).

Além de conhecermos sua concavidade e suas raízes, para a construção do esboço da representação gráfica da função quadrática, necessitamos identificar o vértice da parábola, dado por um ponto $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, ao qual omitiremos maiores demonstrações por não compreender o objetivo principal, tratando-se de manipulações algébricas dentro de uma mesma representação.

Ainda cabe salientar que caso o aluno ainda não esteja seguro para a construção do gráfico, poderá atribuir valores aleatórios para x , obtendo a coordenada correspondente em y e, a partir da identificação destes pares ordenados, encontrar outros pontos pertencentes a parábola que representam a função.

2.3 TRABALHOS RELACIONADOS

Do estudo de literatura, foram observados trabalhos relacionados a TRRS em publicações que contemplam aspectos cognitivos no âmbito dos registros de representações semióticas para o conteúdo de funções dentro de um recorte temporal (01/01/2017 à 31/12/2022). Para tanto, pela extensão de sua base de dados e relevância, escolhemos o Portal de Periódicos da CAPES como fonte de busca, onde neste, na data de 22 de agosto de 2023, ao inserir as palavras chave: matemática, semiótica, funções, foram alcançados 53 trabalhos em seu repositório.

Após uma segunda verificação optou-se por excluir as publicações que não tinham familiaridade direta com o tema ou o público alvo. Onde trabalhos relacionados a Tendências em matemática, formação de professores, aplicações em anos finais do ensino superior, tecnologias digitais e de revisão de literatura foram descartados, assim como os que não se direcionavam ao estudo de função afim e/ou função quadrática. Assim sendo restaram nove trabalhos relevantes para a pesquisa, onde que ainda em última análise, percebeu-se um deles em duplicidade e outro foi excluído por, apesar de fazer citações a respeito, o mesmo não se

utilizou em nenhum momento na construção ou na análise a TRRS em seu trabalho, deste modo restaram os sete que apresentamos no quadro a seguir.

Quadro 2 - Artigos relacionados

Temática do Artigo	Autores	Título da publicação	Contexto investigativo
Investigação acerca do conceito de função com base na TRRS	Carvalho, Anjos & Melo (2017)	Considerações sobre uma avaliação diagnóstica do conceito de função à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas	Elaborar, aplicar e validar uma situação didática para o conceito de função
	Santana, Gualandi & Soares (2019)	Registros de representação semiótica: experiência no ensino de funções quadráticas com alunos do Ensino Médio Integrado	Investigar como os alunos transitam entre diferentes registros de função quadrática
Análise de livros didáticos na perspectiva da TRRS	Silva, Prando & Gualandi (2020)	Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a análise do capítulo de funções de um livro didático	Análise de um capítulo de livro didático (PNLD 2018) do Ensino Médio
	Silva & Teles (2020)	Convergências entre a abordagem do livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica.	Análise da relação entre a abordagem do livro didático e a prática do professor de Matemática sobre Função Quadrática
	Silva & Teles (2020)	Conversões entre as representações em linguagem natural e algébrica de função quadrática: uma análise do fenômeno de congruência semântica e equivalência referencial	Análise do fenômeno de congruência semântica e equivalência referencial em atividades de conversão do registro em linguagem natural para o registro algébrico em função quadrática apresentadas em um livro didático da 1ª série do Ensino Médio
Construção do conceito de função a partir dos pressupostos da TRRS.	Aparecida de Faria & Laburú (2021)	Conexão entre múltiplas representações em atividades de função polinomial do 1º Grau	Investigação sobre a mobilização de representações em diferentes registros do objeto matemático função polinomial do 1º grau, com alunos do 1º ano do Ensino Médio
	Denardi & Bisognin (2019)	REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS: CONTRIBUIÇÕES PARA O ESTUDO DO	Analisa uma trajetória hipotética de aprendizagem, realizada com alunos de um curso

		CONCEITO DE FUNÇÃO	de formação inicial de professores de Matemática, para construção do conceito de função.
--	--	--------------------	--

Fonte: o autor

Observamos, as situações aplicáveis para a TRRS dispostas pelos colegas em seus trabalhos que vão desde a construção do conceito de função até a verificação de sua compreensão, assim como a disposição das representações referentes ao objeto matemático funções nos livros didáticos pesquisados e em particular para função afim e função quadrática, onde tais projetos articulam em consonância com a presente pesquisa. Desse modo, trazemos uma breve apresentação de cada publicação, assim como para alguns destes, um pequeno excerto de suas considerações na intenção de, pela perspectiva de outros autores, podermos contribuir com um entendimento melhor sobre a que se propõe a TRRS, visto que para muitos, erroneamente ainda o estudo da semiótica constitui como teoria apenas uma “visão pela metade”.

O trabalho de Carvalho, Anjos e Melo (2017) é parte integrante de uma pesquisa de mestrado onde seu objetivo foi de elaborar, aplicar e validar uma situação didática para o conceito de função com base na TRRS, com 32 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de um Campus do Agreste do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), onde as questões foram analisadas acerca das representações dadas pelos participantes com respeito ao conceito matemático de função expressas em língua natural.

Os resultados indicam que definir o conceito de função foi uma tarefa complexa para os estudantes, que apresentaram respostas incompletas, mas foi possível observar que há uma confusão quanto à representação na forma de expressão algébrica, o que indica a necessidade de discutir mais profundamente esse tópico em aulas ou futuras pesquisas (CARVALHO; ANJOS; MELO, 2017).

Já na publicação de Santana, Gualandi e Soares (2019), a referente pesquisa buscou verificar como os alunos do Ensino Médio Integrado, dos cursos de Informática e Eletromecânica do *campus* Cachoeiro de Itapemirim do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), registram as soluções das tarefas usando os pressupostos da TRRS, com foco nas transições entre diferentes registros dos conteúdos de função quadrática.

Após análise dos dados obtidos, observamos que vários fatores justificam os fatos de os alunos apresentarem dificuldades em transitar entre as formas de registros de um objeto matemático, tais como: a) dificuldade de visualização; b) de representação algébrica partindo do registro gráfico, sendo esta, justificada pelos alunos, como a

forma mais difícil de entender função quadrática; c) quando é solicitada a fórmula algébrica e é dado o gráfico com os pontos destacados.

Alguns alunos destacaram que o fato deles não saberem trabalhar muito com os gráficos é dado pelo motivo que o sistema cartesiano não foi bem trabalhado em anos anteriores, prejudicando a compreensão deles no que tange ao significado de um ponto marcado sobre o gráfico da função quadrática e sua possível substituição na forma geral desta (SANTANA; GUALANDI; SOARES, 2019).

Com relação as pesquisas sobre livros didáticos para o público da pesquisa, Silva, Prando e Gualandi (2020), analisam um capítulo do livro didático do Ensino Médio “Matemática: Contexto e Aplicações”, de Luiz Roberto Dante, volume 1, (PNLD 2018), sobre o conteúdo de funções, com fundamentos em alguns pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Os autores salientam que, “na escolha de livros didáticos, é pertinente que o professor analise a forma como os registros aparecem no decorrer da explicação e se ocorrem as conversões entre esses registros, objetivando a compreensão dos objetos matemáticos (SILVA; PRANDO; GUALANDI, 2020). Em seus estudos, puderam perceber a importância atribuída na obra às diferentes representações semióticas do conteúdo analisado, de forma a proporcionar a coordenação entre os seus diferentes registros.

Silva e Teles (2020), em sua publicação, *Convergências entre a abordagem do livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica*, trazem a ferramenta livro didático como suporte imediato à prática docente. A obra selecionada da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida, publicado pela editora Saraiva, 9ª edição no ano de 2016, (PNLD) 2018, volume 1, onde foi analisado o capítulo quinto, o qual aborda Função Quadrática.

A partir das análises pôde-se constatar que o professor em suas aulas, usa quase que exclusivamente o livro didático, seja para expor as definições e explicá-las, seja para escolher exemplos e atividades. [...]

Neste âmbito, destaca-se que as conversões do registro algébrico para o registro gráfico, tanto no livro didático como nas aulas do professor foram realizadas por meio do registro tabular, ou seja, pelo procedimento ponto a ponto (Duval, 1988) (SILVA; TELES, 2020).

Para mais, Silva e Teles (2020) em um outro estudo, *Conversões entre as representações em linguagem natural e algébrica de função quadrática: uma análise do fenômeno de congruência semântica e equivalência referencial*, explora a partir desta perspectiva, o conteúdo do mesmo livro didático do primeiro ano do ensino médio da pesquisa anterior, mas agora sobre a ótica de congruência e não-congruência das unidades significantes contidas nos exercícios, dispostas neste mesmo livro. A pesquisa torna-se relevante, na medida em que através de

exemplos, as autoras expõem a complexidade na obtenção equivalência referencial, sendo que a congruência semântica é fator preponderante no sucesso na coordenação entre representações referentes ao objeto matemático, pois na falta dela “ a não-congruência das representações tem efeitos de outra ordem: ela conduz com mais frequência a fracassos na atividade cognitiva de conversão” (DUVAL, 2009, p.73), motivando em grande parte os obstáculos encontrados por muitos alunos que quando não superados, transfiguram-se em lacunas que podem corromper toda sua trajetória na aprendizagem em matemática.

De outra forma, Aparecida de Faria e Laburú (2021), trouxeram em sua pesquisa uma investigação quanto a mobilização de representações em diferentes registros do objeto matemático Função Polinomial do 1º Grau, com alunos do 1º ano do Ensino Médio em uma escola da Rede Pública do Norte do Paraná, onde na construção do conceito foi possível observar a utilização pelos participantes de diversas representações semióticas durante esse estudo.

Na atividade 1, os estudantes mobilizaram diferentes representações em registros distintos. [...]

A atividade desenvolveu a *semioses* (produção de representações) e *noésis* (apreensão dos conceitos), ao contemplar situações em que o estudante é provocado a explicar um objeto matemático para alguém utilizando diferentes representações. Além disso, possibilitou ao estudante a dissociação do objeto matemático e suas representações, como indicada na representação imagética em que o estudante descreve que além da conta, em que a representação no registro aritméticos caracteriza como complementar enquanto estratégia de resolução também faz o desenho explicativo.

Outrossim, Denardi e Bisognin (2019), analisam uma trajetória hipotética de aprendizagem, realizada com 16 alunos de um curso de formação inicial de professores de Matemática de uma universidade pública, localizada no interior do estado do Rio Grande do Sul, para a construção do conceito de função, para qual foram ofertadas quatro atividades que, como relatado pelas autoras, num primeiro momento houveram muitos insucessos nas resoluções dos participantes, assim como a ocorrência de atividades deixadas em branco.

Contudo, após a socialização dos resultados e as intervenções metodológicas realizadas pelas pesquisadoras na exploração de outras representações, perceberam que os alunos adquiriram uma nova concepção de função, uma vez que os alunos “passaram a olhar para as funções como uma transformação, como uma relação de dependência entre grandezas, como o resultado de um movimento, e não apenas como uma expressão algébrica, ou seja, os alunos passaram a conceber função de uma forma dinâmica” (DENARDI; BISOGNIN, 2019), onde relatam vários avanços na compreensão do conceito de função ao fim da atividade, ou seja, uma “progressão na aprendizagem” dos sujeitos da pesquisa, como afirmado pelas as autoras.

Dados os excertos e as considerações aqui referenciadas, notamos a importância de pesquisas na área a fim de explicitar o problema, contribuindo na elaboração de metodologias que ataquem os déficits de aprendizagem provenientes da não consolidação dos processos cognitivos do pensamento, originados em lacunas na formação dos registros das representações semióticas referentes ao objeto matemático funções.

3 METODOLOGIA

Tomamos a pesquisa qualitativa de caráter exploratório como abordagem a ser utilizada, uma vez que para Gil (2010, p. 27), pesquisas dessa natureza “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses”, o que é totalmente plausível com o contexto do trabalho, onde para esse, foi realizado além dos estudos quanto ao referencial teórico, um questionário contemplando um conjunto de questões sobre o tema função afim e função quadrática a ser aplicado em uma turma de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal do litoral norte do Rio Grande do Sul. Composto junto com esse questionário um outro de perfil do participante, assim como o TCLE (Termo de consentimento livre e esclarecido) (ANEXO A), onde na aplicação foram explicados os domínios da pesquisa, a qual se teve dispensa do comitê de ética por se tratar de pesquisa em questionário quanto à aprendizagem, sendo esta inerente aos processos de ensino.

Destarte, justificamos o uso de uma perspectiva qualitativa pois, segundo Bicudo (2012, p. 17), como método de pesquisa em educação constitui “um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente”, o que é reforçado e justificado pela própria autora:

São pesquisas que permitem compreender características do fenômeno investigado e que, ao assim procederem, oferecem oportunidade para possibilidades de compreensões possíveis quando a interrogação do fenômeno é dirigida a contextos diferentes daquele em que a investigação foi efetuada. Sustentam raciocínios articuladores importantes para tomadas de decisão políticas, educacionais, de pesquisa e, aos poucos, semeiam regiões de inquérito com análises e interpretações rigorosas (BICUDO, 2012, p. 19).

Com respeito a pesquisa, foram observados aspectos cognitivos donde a partir da metodologia de grupo focal, buscou-se produzir elementos passíveis de análise relativos ao conteúdo função afim e função quadrática a partir da TRRS. Sendo que concordamos com Antônio Carlos Gil quando nos esclarece a respeito da delimitação do problema dentro de uma dimensão viável, o que é condizente com a pesquisa, pois a região onde a instituição está inserida impõe aos estudantes rotinas próprias, sejam de transporte para chegar ao campus, o que nem sempre é tão simples ou da necessidade pelos alunos de trabalho no contra turno, o que faz com que este público tenham um perfil próprio passível de ser investigado.

Em muitas pesquisas, sobretudo nas acadêmicas, o problema tende a ser formulado em termos muito amplos, requerendo algum tipo de delimitação. [...], um pesquisador poderia ter interesse em pesquisar as atitudes dos jovens em relação a religião. Mas não poderá investigar tudo o que os jovens pensam acerca de todas as religiões. Talvez

sua pesquisa tenha de se restringir à investigação sobre aspectos de uma religião específica (GIL, 2010, p.13).

Outrossim, Gatti (2005) nos esclarece a respeito do método grupo focal, quanto a utilização do questionário na pesquisa para o qual

O uso de um questionário e o momento precisam ser bem pensados, pois se aplicados antes do término do trabalho, pode gerar interferência nas opiniões a serem exaradas no grupo, ou, se aplicado depois, as respostas podem sofrer interferência de eventos ocorridos especificamente no grupo. [...] A coleta de uns poucos itens sobre os participantes pode ajudar a precisar melhor quem são as pessoas que participam, ao cobrir outros aspectos relacionados com os que foram utilizados como base para a composição do grupo (GATTI, 2005, p. 27).

Por quanto, o cuidado em os participantes de não terem contato com o conteúdo abordado objeto de pesquisa antes da aplicação, realizando assim na primeira semana dentro da instituição de ensino ao qual estão inseridos, a referida coleta de dados.

Corroborando com a formação do grupo o fato de que a partir de alguns critérios associados a meta de pesquisa, “[...] deve ter uma composição que se baseie em algumas características homogêneas dos participantes, mas com suficiente variação entre eles para que apareçam opiniões diferentes e divergentes” (GATTI, 2005, p. 18). A autora (*op. cit.*) ainda reforça o entendimento sobre homogeneidade, como sendo alguma característica comum aos participantes que interesse ao estudo do problema.

Essa metodologia nos remete ao público alvo de nossa pesquisa, visto que os estudantes em sua origem que integraram o estudo contemplam municípios diferentes, com idades diversificadas e equilíbrio numérico quanto ao gênero, com posturas diferentes assim expostas quanto a aprendizagem segundo sua vivência escolar, mas com uma característica importante em comum que nos ampara na realização desse procedimento: os alunos em questão se propuseram apesar das dificuldades que a carreira impõe, ingressar em uma graduação no campo das licenciaturas e mais, em matemática, tão estigmatizada e temida em comparativo com outras disciplinas.

4 A PESQUISA

Essa seção traz consigo o cerne deste trabalho, onde a partir de estudos preliminares realizados, observou-se que em aplicações de questionários exploratórios realizados por outros colegas com fins de pesquisa, as dificuldades dos estudantes em articularem entre diferentes registros de representações relacionados ao conteúdo função afim e função quadrática, situação recorrente independentemente do nível de ensino pesquisado. Portanto, este estudo vem no intuito de corroborar com tais estudos lançando um olhar à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), de Raymond Duval, tendo como público um grupo de alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática ofertado por uma instituição federal do litoral norte do Rio Grande do Sul.

4.1 O PROBLEMA DE PESQUISA

Temos a Educação Matemática como campo de pesquisa onde colocamos em suspeição as práticas docentes na intenção de corroborar com a concretização das aprendizagens pelos alunos perante o objeto matemático estudado, onde conhecer as lacunas recorrentes que eles carregam consigo durante a vida escolar em dado conteúdo é de suma importância para a criação de instrumentos pedagógicos que minimizem tais lacunas e assim apropriar-se do conceito a ser aprendido, onde a questão do sentido e da significação tornam-se essenciais na constituição do amplo conhecimento em detrimento de processos automatizados, geralmente ineficientes fora do contexto ensinado. Sabendo disto, a partir dos registros de representações semióticas, poderemos então observar quais lacunas os licenciandos em Matemática trazem consigo para a graduação no que se refere ao conceito de funções?

Nesse estudo, assumimos a relevância do tema em questão, pois concordamos com Luiz Roberto Dante quando atribuí a Matemática:

[...] a qualidade de prever resultados por meio de leis que têm como característica relacionar as variáveis envolvidas no fenômeno. Nesse contexto aparecem as funções, que apresentam muitas dessas leis e contribuem para as pesquisas nas mais variadas áreas: Física, Economia, Ecologia, Meteorologia, Genética, Engenharia, etc. [...]. As funções, descrições algébricas da dependência entre grandezas, podem, também, ser representadas graficamente, facilitando a linguagem e favorecendo sua compreensão. O crescimento populacional da Terra, fenômeno de grande interesse, é com frequência representado por gráficos, o que permite traçar projeções para o futuro (DANTE, 2010, p.70).

Criar expectativas para o futuro nos leva a inferir sobre nossas ações no momento presente, por isso a importância de pesquisas relacionadas a educação, onde identificar dentro

de uma determinada área de estudo as mazelas que a cerca, nos conduz a possibilidade de criar instrumentos pedagógicos mais eficientes para o saná-las, contribuindo de forma mais assertiva na concretização do aprendizado.

Desta forma, afim de identificar tais lacunas, apoiamo-nos na teoria dos registros de representações semióticas (TRRS) de Raymond Duval com vistas ao conteúdo de funções afim e funções quadráticas para o desenvolvimento deste trabalho. O autor trata das dificuldades dos alunos e de uma maior exigência na formação em Matemática, haja vista a importância de prepara-los para enfrentar um ambiente informático e tecnológico cada vez mais complexo. Sobre esse aspecto, Duval diz que

[...] é necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino em matemática, em formação inicial, não é de formar futuros matemáticos, nem dar instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e visualização (DUVAL, 2016).

Do mesmo modo, em sua obra, infere que os únicos conhecimentos disponíveis e mobilizáveis por um indivíduo são aqueles que permitem o acesso de objetos matemáticos, sendo que as representações semióticas têm um papel central na compreensão, requisitando a coordenação entre os diferentes registros, onde a maior parte dos alunos não alcançam essa compreensão, trazendo-lhes limitações e dificuldades que reincidem na aprendizagem em matemática. “Os únicos acertos que lhes são possíveis se dão em monorregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de “significado” e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens” (DUVAL, 2016).

4.2 OBJETIVO GERAL

Identificar dificuldades que os alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal do litoral norte do Rio Grande do Sul têm a acerca do conteúdo de função afim e função quadrática trazidas do ensino regular a partir da perspectiva da teoria dos registros de representações semióticas (TRRS) de Raymond Duval.

4.2.1 Objetivos Específicos

- Investigar a respeito da TRRS para a concepção de um referencial teórico;
- Elaborar um instrumento de pesquisa com base na BNCC, dentro de uma linguagem apresentada por livros didáticos e que contemple questões de provas públicas;
- Identificar lacunas no aprendizado recorrentes quanto ao conteúdo de funções;

- Analisar a capacidade de realização dos processos de formação, tratamento e conversão segundo a TRRS.

4.3 A CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO DE PESQUISA

Compõem o instrumento de pesquisa dois questionários (APÊNDICE A e APÊNDICE B), de caráter não obrigatório, aplicados a uma turma de estudantes ingressantes em uma instituição de ensino superior do litoral norte do Rio Grande do Sul no curso de Licenciatura em Matemática. Sendo o primeiro para a de identificação do perfil do educando e um segundo, com questões retiradas de provas públicas relacionadas ao assunto funções, selecionadas com base nos fundamentos da TRRS.

4.3.1 Elaboração e Justificativa

Quanto a elaboração do instrumento de pesquisa, como norte foram a utilizadas questões que buscassem exprimir dados que verificassem a partir das formas de representação e a articulação entre os registros de representação semiótica para o conteúdo funções, as lacunas no aprendizado que os alunos ingressantes no curso traziam da educação básica. Pois em sua obra, o próprio Duval ao analisar o funcionamento cognitivo do pensamento, interpela quanto a quais sistemas semióticos de representação permitem completar a aprendizagem em matemáticas e em língua natural, convocando um princípio que Piaget instituiu: “a análise funcional constitui o quadro provável a toda análise estrutural” (DUVAL apud PIAGET, 1967, p.169).

Outrossim, Brasil (2018), infere sobre as competências de comunicar e argumentar que estão diretamente relacionadas aos aspectos cognitivos referentes as aprendizagens previstas para o Ensino Médio, onde estas são fundamentais para que o letramento matemático dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades na manipulação das representações referentes ao objeto matemático e seus registros, pois que

[...]. Nas comunicações, os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua materna, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros. [...]. Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas, além dos aspectos já citados anteriormente em relação às competências de raciocinar e representar (BRASIL, 2018, p.530).

Assim sendo, o método de análise fora dimensionado dentro dos pressupostos da TRRS, inferindo sobre os processos de formação, tratamento e conversão, donde a partir de sua ótica Raymond Duval pontua que

[...] não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação. Desde Descartes e Kant, ela está no centro de toda reflexão que se preocupa com as questões da possibilidade e da constituição de um conhecimento certo (DUVAL, 2009, p. 29).

O questionário foi aberto no qual os estudantes deveriam apresentar as resoluções das questões propostas, compondo junto com o aporte teórico correspondente, a linha de pesquisa dentro das relações que contemplam o foco de investigação desse projeto. Sendo que em pesquisas preliminares, observou-se a dificuldade dos alunos com relação ao objeto matemático função, em especial para função afim e função quadrática.

Lacunas no aprendizado são observadas por Cintra (2019); Justulin (2019); Nogueira (2019); Pinto (2021); Ribeiro (2020), pois estes apresentam em seus trabalhos situações de déficit de aprendizagens quanto as diferentes representações que contemplam os conteúdos de função afim e função quadrática, para o qual constatou-se que os alunos encontraram dificuldades em transitar entre as diferentes representações que contemplam o objeto matemático em pesquisa.

Em Ribeiro (2020), a partir de uma avaliação diagnóstica aplicada a 804 alunos ingressantes em cursos de graduação de variadas áreas, dentre elas a de Matemática, na Universidade Federal do Paraná, a pesquisadora disserta que:

Verificamos a limitação do conceito de função nas resoluções, bem como com os termos que fazem parte da própria definição de função. Constatamos também a dificuldade em explorar as múltiplas representações das funções. A mudança de contexto gerou um obstáculo para os estudantes e conseqüentemente muitos erros (RIBEIRO, 2020).

Outrossim, Nogueira (2019) nos relata que em sua pesquisa “[...] dentre 30 estudantes brasileiros e franceses da Educação Básica instados a responder se “existe um quadrado de área aproximadamente igual a 24cm^2 ” apenas dois indicam mobilizar conhecimentos relativos a função”.

Já em Justulin (2019), a autora nos traz que “[...] os alunos apresentaram dificuldades desde a representação correta dos pontos no plano cartesiano, na identificação do domínio para traçar o gráfico, até a compreensão da Função Constante”. Onde mostra sua preocupação com os resultados do estudo, visto que a pesquisa foi aplicada a estudantes concluintes do ensino

médio.

Pinto (2021) baseou seu estudo em uma investigação realizada com 42 participantes, licenciandos em Matemática, onde estes responderam a um questionário diagnóstico com seis questões sobre funções. Foi verificada a dificuldade em os alunos exporem respostas coerentes quanto ao conceito de funções, indo desde aspectos formais relacionados ao tema, quanto para identificar se os gráficos apresentados poderiam ser ou não representantes de funções.

As dificuldades identificadas indicam ser essencial que a formação destes futuros professores de Matemática resgate não apenas os conceitos e as ideias que estes mostraram não conhecer adequadamente, mas também que oportunize reflexões sobre as múltiplas abordagens para o ensino de funções, principalmente aquelas que valorizam mais de um modelo de representação, para que possam se tornar agentes de uma transformação do ensino deste tema, que se mostra tão precarizado (PINTO, 2021).

Da mesma forma, Cintra (2019) ao aplicar um questionário aos alunos do último ano de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior do Estado de São Paulo verifica:

[...] notamos que a interpretação da linguagem matemática por meio dos símbolos parece ser enfatizada no ensino do conceito de função e, desse modo, os alunos não conseguem relacionar a expressão analítica de uma função com as outras representações, ou seja, acreditam que se a função não é dada por uma “expressão analítica”, então, não é uma função. Esse aspecto reforça o obstáculo epistemológico da concepção de que a definição é a forma correta e única de representar uma função (CINTRA, 2019).

Destarte, quanto aos aspectos cognitivos na compreensão do objeto matemático ensinado, corrobora segundo a teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval, Santana (2019), onde analisa as questões sobre função quadrática a partir da TRRS, aplicadas a alunos do 1º ano do Ensino Médio Integrado no campus de Cachoeiro de Itapemirim do Instituto Federal do Espírito Santo:

Entende-se que a maior dificuldade dos alunos é trabalhar com a parte gráfica da função quadrática e suas possíveis interpretações e aplicações, ainda mais quando se faz necessária a articulação entre as várias formas de registros de representação de um mesmo objeto, sendo uma condição para a compreensão do conhecimento matemático, ainda que várias estratégias de ensino não contemplem esse pensamento. Ideia esta abarcada pelas afirmações de Duval (2003) (SANTANA, 2019).

Sob essa ótica, vemos as dificuldades que os alunos têm na compreensão do conceito de função, onde o mestre passivo perante esse problema, corrobora com a perpetuação deste cenário. Por isso a motivação por buscar ferramentas que identifiquem os problemas e contribuam com dados para futuras intervenções no campo do ensino, principalmente para um

melhor aporte à aprendizagem do licenciando em matemática, onde estes que poderiam ser ótimos profissionais docentes, acabam por evadir, muitas vezes por lhes faltarem as bases necessárias para um acompanhamento inicial das disciplinas, impossibilitando ou no mínimo desmotivando sua continuidade na formação docente.

Contribui com essa ótica, Luísa Silva Andrade em sua Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, justificando a importância da utilização dos registros de representação semiótica para a disciplina de Matemática para a formação de Professores:

Considera-se que registros de representação semiótica são essenciais para a aquisição dos conhecimentos matemáticos e que conduzir um processo de ensino e aprendizagem levando em conta essa teoria só é possível, se o futuro docente for orientado, em seu curso de formação sobre sua importância. Além disso, é necessário que ele saiba utilizá-la e que se posicione como um mediador entre o objeto matemático e o estudante, inserindo em sua prática o trabalho com as representações semióticas (ANDRADE, 2008).

Portanto, a pesquisa desenvolvida tem como objeto de estudo o conteúdo de função afim e função quadrática na perspectiva da TRRS, pois julgamos que, “o que garante a apreensão do objeto matemático e a conceitualização, é a coordenação, pelo aluno, entre os vários registros de representação” (DUVAL, 2009). Onde este aluno, foco do ensino e usufruidor de toda pesquisa no meio, tem no docente reflexivo que identifica tais lacunas e se apropria de novas ferramentas pedagógicas que as corrija, um tutor mais qualificado para o desenvolvimento de práticas docentes mais eficientes, sendo ele, um facilitador na construção do conhecimento principalmente quando nos referimos a disciplina de Matemática, tão estigmatizada perante a comunidade escolar. Por isso, a importância do docente consciente que não abstém dessas premissas se faz essencial, pois ele a de guiar o aluno na coordenação entre registros de representações semióticas, tão necessárias na compreensão do objeto matemático a ser ensinado.

4.3.2 O Instrumento e as Hipóteses de Resoluções

Temos a aprendizagem em matemática como campo fértil na área de pesquisa, onde a busca por metodologias que contribuam com esse processo é foco norteador de muitos trabalhos. A partir disto, buscamos então entender um pouco mais da complexidade que envolve os aspectos cognitivos do ser humano e seu desenvolvimento enquanto alunos. Contribui com tal narrativa Antônio Carlos Gil definindo pesquisa como

[...] o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa é requerida quando não se dispõe de informação suficiente para responder ao problema, ou então quando a informação disponível se encontra em tal estado de desordem que não possa ser adequadamente relacionada ao problema (GIL, 2010).

Ciente disto, o questionário aqui apresentado foi utilizado como fonte de pesquisa, onde através da teoria dos registros de representações semióticas (TRRS), de Raymond Duval, buscamos organizar a problemática, pontuando sobre quais lacunas no aprendizado podem contribuir com a não compreensão do conceito de função. O instrumento em questão leva em consideração na sua elaboração as atividades cognitivas ligadas a *semiósis*, que segundo a TRRS, se mostram fundamentais na tomada de consciência do objeto matemático estudado. No quadro a seguir, referenciamos os aspectos levados em consideração com base na TRRS quanto a seleção das questões que compõem o destacado instrumento de pesquisa.

Quadro 3 - Construção do questionário, função afim e função quadrática

Questões	Representações semióticas abordadas	Congruência entre representações	Ordem das atividades cognitivas requisitadas
Q1	- Tabular - Algébrica - Geométrica	Sim	- Formação - Tratamento - Conversão
Q2	- Linguagem natural - Algébrica	Sim	- Conversão - Tratamento
Q3	- Simbólica - Algébrica - Geométrica	Não	- Formação - Conversão
Q4	- Linguagem formal - Algébrica - Simbólica	Não	- Formação - Tratamento
Q5	- Algébrica - Geométrica	Sim	- Tratamento - Conversão - Formação
Q6	- Linguagem natural - Linguagem formal - Geométrica - Algébrica	Sim	- Formação - Conversão - Tratamento
Q7a	- Algébrica	Sim	- Tratamento
Q7b	- Linguagem natural - Algébrica	Não	- Conversão - Tratamento
Q8	- Geométrica - Algébrica	Não	- Formação - Conversão - Tratamento
Q9	- Geométrica - Algébrica	Sim	- Formação - Conversão - Tratamento

Fonte: o autor

Partindo desses pressupostos, colocamos em evidência o devido instrumento utilizado para a coleta dos dados, questionário sobre função afim e função quadrática, onde nesse trecho detalhamos as expectativas quanto as suas resoluções segundo a TRRS, como veremos no desdobramento a seguir. Para fins de reprodução por colegas docentes, o questionário como foi aplicado (APÊNDICE B) e o gabarito com possibilidades de resoluções (APÊNDICE C) estão dispostos ao final deste trabalho.

1. (Prova Brasil - 2017, adaptada). As variáveis x e y assumem valores conforme a tabela abaixo:

x	y
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

Qual expressão representa a relação x e y ?

- a) $y = x^2 - 1$
- b) $y = -x^2 - 1$
- c) $y = 2x - 1$
- d) $y = -2x - 1$

A partir das informações coletadas, esboce o gráfico da função.

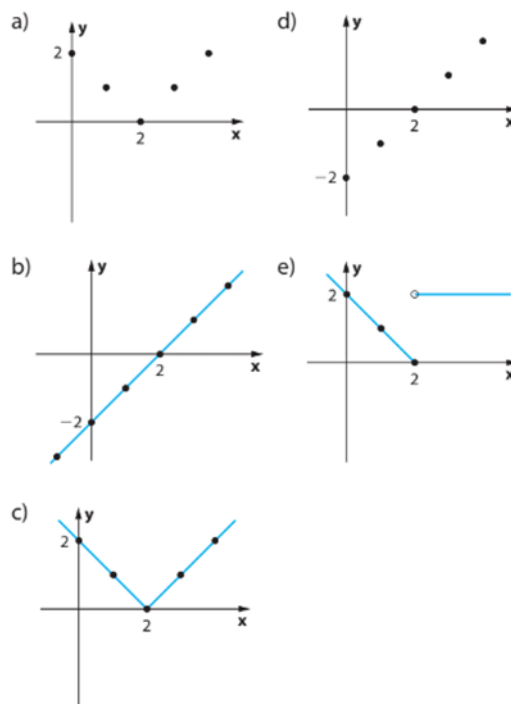
A primeira questão traz consigo a relação de dependência entre duas variáveis, apresentadas a partir da representação semiótica tabular. Onde o aluno, através da percepção de uma regularidade e aspectos de formação na significação de par ordenado, deve relacionar as unidades significantes e efetuar a coordenação entre registros com a conversão para a representação algébrica para a obtenção da lei de formação. Posteriormente, o enunciado solicita uma nova transformação, desta vez para a representação geométrica, onde assim como na primeira conversão, os elementos significantes podem ser colocados em correspondência, existindo a univocidade semântica terminal o que identifica a congruência entre a representação semiótica de partida e as de chegada solicitadas.

2. (Enem 2012). Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

- a) 12 kg.
- b) 16 kg.
- c) 24 kg.
- d) 36 kg.
- e) 75 kg.

A segunda questão, traz consigo a representação em linguagem natural como princípio a ser observado, donde o aluno através da comparação direta das unidades significativas poderá resolver de forma eficaz a questão na conversão para a representação algébrica. A atividade de tratamento ocorre no intuito da busca pelo dado final que se apresenta como resultado do exercício. A congruência é observada, pois seus elementos estão em correspondência, havendo a organização das unidades, assim como a univocidade semântica terminal.

3. (UFAM). Qual das representações gráficas abaixo melhor representa a aplicação $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x - 2$?

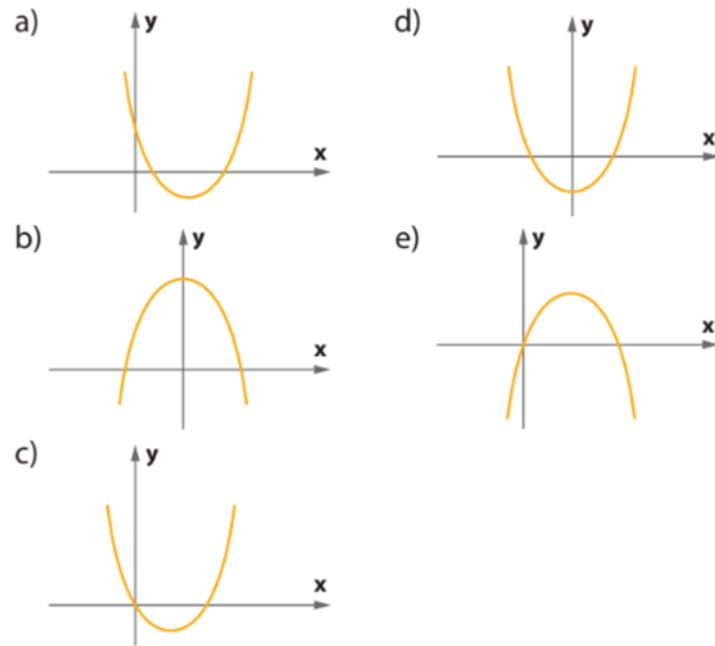


A questão acima coloca em foco a representação em linguagem simbólica, pois que, para sua solução, o aluno terá de ter formado aspectos que envolvem a Teoria dos Conjuntos, assim como o domínio dos representados no enunciado. Concomitantemente, terá que identificar qual representação semiótica geométrica é obtida na conversão da algébrica fornecida e, que corresponde a função solicitada. Os critérios de congruência estão presentes para a transposição entre as representações requeridas.

4. (Ufrgs). O domínio da função real de variável real definida por $f(x) = \sqrt{[(1 - x)(3 + x)]}$ é o intervalo:
- a) $(-\infty, -3]$.
 - b) $[-3, -1)$.
 - c) $(-3, 0)$.
 - d) $[-3, 1]$.
 - e) $[1, +\infty)$

Esta questão parte da representação em linguagem formal, onde exige que o aluno já tenha formado em um registro particular o significado de domínio da função real, e poder assimilar para que valores a função assume valores reais. O exercício requer que o estudante faça além da conversão da linguagem formal para a algébrica, impõe que ele reconheça a representação semiótica simbólica para a conversão do resultado obtido, a qual também envolve aspectos de formação. Não podemos afirmar que haja congruência entre os registros, pois da língua formal obtém-se um comando para o desenvolvimento, não discriminando as unidades significantes envolvidas de forma direta para a correspondência na representação algébrica.

5. (PUC-PR). Sejam $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = x - 1$ duas funções definidas em \mathbb{R} . Qual dos gráficos melhor representa $f(g(x))$?



A questão cinco, aborda o conteúdo de função composta, onde a atividade de tratamento é requerida de imediato, tendo também, o aluno, de ter formado como é esta estrutura da função solicitada na situação proposta. Consequente, a partir do sucesso no tratamento da representação algébrica, a conversão para a geométrica se dá de forma direta na correspondência biunívoca entre as unidades significantes explicitadas.

6. (Enem 2016). Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros. Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $2/3$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- a) 18
- b) 20
- c) 36
- d) 45
- e) 54

Para esta, do aluno será requisitado que ele transite entre representações através da conversão, sendo que aspectos de formação serão necessários para a extração dos dados pertinentes para a resolução do problema, como a identificação de expressões dadas em representação de linguagem formal como: “arco parabólico”, “eixo de simetria” ou até mesmo saber representar um “retângulo”. Consequente, tendo a representação semiótica algébrica construída, pode se então realizar a atividade de tratamento na obtenção das raízes e por fim, converter outra vez os resultados para a representação geométrica na obtenção do retângulo solicitado. Todas as conversões respeitam os critérios de congruência entre as unidades significantes das representações. O resultado final é obtido por atividade de tratamento.

7. (Unicamp). Para transformar graus Fahrenheit em graus centígrados usa-se a fórmula:

$$c = \frac{5(f - 32)}{9}$$

Onde F é o número de graus Fahrenheit e C é o número de graus centígrados.

- a) Transforme 35 graus centígrados em graus Fahrenheit.
- b) Qual a temperatura (em graus centígrados) em que o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus centígrados?

Para sexta questão, no item **a**, como a fórmula de transformação das escalas de temperatura é dada, a atividade de tratamento se dá de forma direta, sendo requisitado do aluno apenas a substituição dos valores conforme solicitado no enunciado. Já para o item **b**, há a necessidade da conversão pelo participante, tendo ele que efetuar a transformação da representação em linguagem natural para a linguagem algébrica. Essa que por conta de as unidades significantes não manterem a ordem termo a termo na correspondência, não verifica-se a congruência entre as representações, pois quando se diz no enunciado: “o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus centígrados”, há a necessidade de uma reorganização da expressão dada do registro de partida para a representação algébrica “ $F = 2c$ ” no registro de chegada, visto que, a unidade significativa “2” não mantém a correspondência com a frase “Fahrenheit é o dobro”, não se traduzindo naturalmente na conversão para “ $2c$ ”. Após atividades de tratamento são suficientes para a obtenção do resultado.

8. (Enem 2017). A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas.

A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

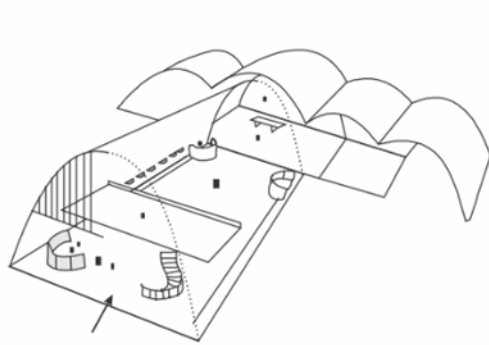


Figura 1

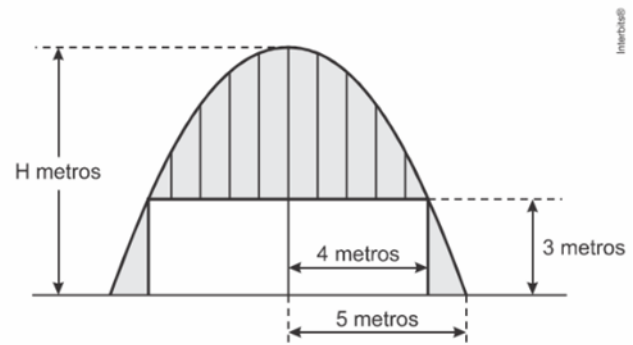


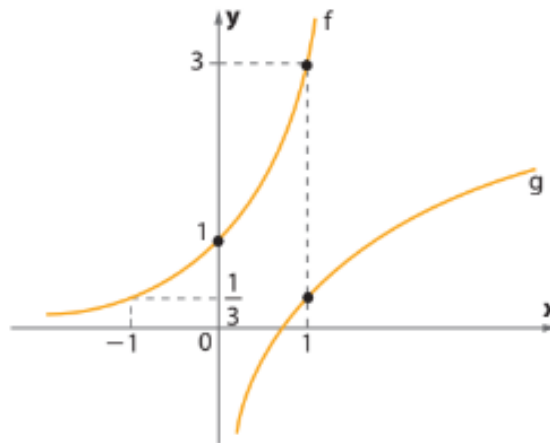
Figura 2

Qual a medida da altura H , em metro, indicada na Figura 2?

- a) $16/3$
- b) $31/5$
- c) $25/4$
- d) $25/3$
- e) $75/2$

Para a essa questão, o participante através de aspectos de formação, terá que reconhecer a função quadrática implícita na questão retratada pela figura, assim como perceber a existência de um eixo de simetria a ser observado pela altura da abóboda, e que a figura, pode ser convertida em um registro de representação semiótico familiar, o geométrico. Outros aspectos de formação serão requisitados na posterior conversão para a representação algébrica, como reconhecer os pontos relevantes para a resolução (pares ordenados) e também, para que valor da variável independente se obtém o valor da variável dependente correspondente à altura. Este exercício não obedece a critérios de congruência, ficando na dependência de aspectos de formação para sua resolução. Atividades de tratamento são requisitos para o desenvolvimento e obtenção da resolução final.

9. (UFAM). Na figura abaixo têm-se os gráficos de uma função $f(x) = a^x$ ($a > 1$) e de sua inversa g .



Se $g(k) = 2$, então o valor de k é:

- a) 8. b) 1. c) 2. d) 9. e) 6.

Justifique sua resposta.

Dada a questão acima, o aluno através dos aspectos de formação, terá de identificar o par ordenado na função f que lhe dá suporte para fazer a conversão da representação semiótica geométrica para a algébrica. Após, consciente da representação em língua formal de “a inversa da função f ” e por formação, saber que, na passagem para a representação simbólica sendo $f(a) = b$, obtém-se da f^{-1} identificada no enunciado pela função g , onde $g(b) = a$. Adiante, conforme o desenvolvimento do exercício, os critérios de congruência são verificados, correspondência semântica dos elementos significantes e univocidade semântica terminal.

4.3.3 Resolução e Representações Numa Questão Particular do Questionário

Nesse tópico faremos a resolução detalhada da questão um, pertencente ao questionário aqui exposto.

1. (Prova Brasil - 2017, adaptada). As variáveis x e y assumem valores conforme a tabela abaixo:

x	y
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

Qual expressão representa a relação x e y ?

- a) $y = x^2 - 1$
- b) $y = -x^2 - 1$
- c) $y = 2x - 1$
- d) $y = -2x - 1$

A partir das informações coletadas, esboce o gráfico da função.

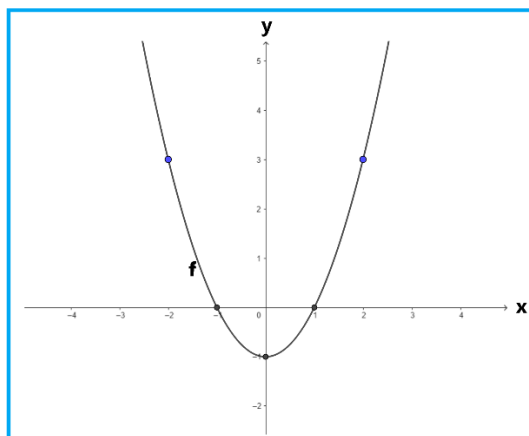
Num primeiro momento o participante poderia, a partir da representação tabular contida no exercício averiguar as relações de dependência entre as variáveis e perceber que:

- O comportamento identificado com relação aos pares ordenados não é linear;
- As raízes da função, quando “ y ” é igual a zero.
- A simetria dos valores referentes as coordenadas em “ x ”, reforçando o fato de o eixo de simetria ser o próprio eixo das ordenadas;
- Os valores da coordenada em “ y ” (eixo das ordenadas) se repetem, a não ser no ponto de mínimo;

Sabedores destas informações, tendo formado o registro de como se comporta funções deste tipo, já seria possível a identificação da alternativa correta, visto que, pelo exposto acima, pode-se perceber a existência de uma parábola com concavidade voltada para cima, identificando dentre as opções ofertadas de resposta, ser uma função quadrática com coeficiente “ a ” positivo, “ b ” = 0 e coeficiente “ c ” = -1. Portanto alternativa correta, letra a) $y = x^2 - 1$.

Da mesma forma, também a partir dos pontos fornecidos, é possível realizar a conversão da representação tabular na representação gráfica correspondente.

Figura 10 - Esboço do gráfico da função quadrática, primeira questão



Fonte: o autor

Outrossim, o participante pode associar o registro de representação gráfica a possibilidade de conversão na representação algébrica. Notemos que podemos nos utilizar do tratamento da forma fatorada (ou até da forma canônica³, a qual não usaremos por não ser a mais trabalhada em salas de aula) e do vértice da função quadrática para identificar os coeficientes a partir dos pontos fornecidos e então obter a forma geral da função quadrática:

$$\text{Forma geral: } f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$\text{Forma fatorada: } f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

[substituindo os valores para o ponto de coordenadas (0, -1)]

$$-1 = a \cdot (0 + 1) \cdot (0 - 1)$$

$$-1 = a \cdot (-1)$$

$$a = 1$$

No vértice:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$0 = \frac{-b}{2 \cdot (1)}$$

$$b = 0$$

O gráfico corta o eixo das ordenadas em -1, portanto $c = -1$

Substituindo na forma geral temos:

$$f(x) = 1 \cdot x^2 + (0) \cdot x + (-1);$$

$$f(x) = y;$$

$$y = x^2 - 1$$

∴ alternativa a).

³ Forma canônica da função quadrática: $y = a \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$; onde: $-\frac{b}{2a} = x_v$; $-\frac{\Delta}{4a} = y_v$; $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

4.4 A APLICAÇÃO

A coleta dos dados aqui apresentada foi realizada em março de 2023, com uma turma de estudantes ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal do litoral norte do Rio Grande do Sul, sem que estes tivessem contato dentro da instituição com o conteúdo pesquisado, função afim e função quadrática, com foco na compreensão dos participantes sobre o objeto matemático destacado.

Figura 11 - O grupo dos participantes



Fonte: o autor

Para o desenvolvimento da referida coleta houveram três intervenções:

- Primeiro contato previamente acertado com o professor regente a fim de expor os objetivos da pesquisa para a turma, assim como averiguar se não há nenhum impeditivo e, se necessário, a devida autorização para a realização da atividade;
- Aplicação da atividade instrumento de pesquisa: o questionário, realizado na primeira semana do curso, antes de que os alunos tivessem qualquer contato com o conteúdo pesquisado, assim como a coleta dos relatos expostos pelos participantes;
- Devolutiva aos alunos com as resoluções do questionário.

A coleta se deu de forma tranquila, onde todos assinaram o termo de consentimento à pesquisa. O grupo em questão foi indagado das motivações que lhes fizeram matricular-se no curso, assim como do seu perfil como estudante e suas expectativas quanto a graduação. Todos foram muito acolhedores com a proposta, sendo um momento de reflexão e formação quanto ao conhecimento de etapas do próprio curso ao qual estavam ingressando.

4.4.1 Descrição dos Dados

O grupo integrante da pesquisa, é composto por pessoas de cinco municípios diferentes do entorno da instituição com idades entre 17 e 54 anos, sendo seis que se declararam do sexo feminino e seis do sexo masculino, com posturas diferentes assim expostas durante o grupo focal quanto a aprendizagem segundo sua vivência escolar.

Para mais, nessa seção traremos uma compilação dos materiais obtidos junto aos participantes durante o desenvolvimento deste estudo.

4.4.1.1 *Os Questionários*

O questionário de identificação veio de forma a registrar os dados obtidos através das trocas realizadas durante a coleta, compondo junto com as observações o perfil estudante participante.

Quadro 4 - Respostas relacionadas ao perfil do estudante

Aluno	Idade	Cidade	Meio de transporte	Profissão	Quantos livros você leu no último ano?
A1	49	Osório	Bicicleta	Não trabalha	Nenhum
A2	27	Osório	Carro	Corretor de imóveis	5
A3	29	Osório	Carro	Não trabalha	Nenhum
A4	42	SAP	Ônibus	Expedidor de mercadorias	2
A5	54	Osório	Carro	Corretor de imóveis e repres. comercial	Nenhum
A6	Não resp.	Osório	Carona	Não trabalha	Nenhum
A7	36	Osório	À pé	Serviços gerais	Nenhum
A8	18	Osório	Carro	Jovem aprendiz nos Correios	Nenhum

A9	22	Tramandaí	Carro	Assistente de controle de estoque	7
A10	18	Rolante	Transp. Particular	Trabalha na Educação Infantil	10
A11	17	Imbé	Ônibus	Não trabalha	4
A12	24	Osório	À pé	Não trabalha	1

Fonte: o autor

O quadro acima tem seus enunciados simplificados para uma melhor observação e identificação dos dados. O questionário conforme foi concebido está disposto no Apêndice A.

Quanto aos participantes, ainda foram perguntados se alguma vez tinham reprovado na disciplina de matemática, onde a negativa foi unânime. Também sobre suas motivações que lhe fizeram ingressar num curso de Licenciatura em Matemática, sendo que “gostar de matemática” foi a resposta de maior incidência, de outra forma, respostas como “crescimento pessoal” e ter o “sonho de ser professor” são manifestações que por si só merecem ser pontuadas.

Sobre o que eles consideravam ser os principais motivos de os alunos terem dificuldades na aprendizagem quando com relação aos conteúdos de matemática, a frase que mais apareceu foi “falta de didática”, sendo cinco respostas com essa atribuição. Já em outras ainda tivemos “métodos engessados”, “muito mecanismo” e “muitas regras e fórmulas”, estas compõem com a anterior, relatos fortes que expõem e colocam em xeque as suas vivências de sala de aula com relação a disciplina de matemática e, ainda assim estes confrontando as expectativas, têm por opção ingressar em um curso de Licenciatura nesta mesma área.

O segundo questionário, buscou traduzir quais lacunas no aprendizado com relação ao objeto matemático funções os alunos carregam consigo para o ensino superior, onde as questões dispostas contemplam majoritariamente conteúdos de função afim e função quadrática. O tempo médio verificado anteriormente para resolução deste foi em média de 60 minutos, já na aplicação, descontando o tempo do questionário anterior e de conversação inicial, os participantes ainda teriam 75 minutos para respondê-lo.

Nesse, pudemos observar as seguintes situações dispostas no quadro abaixo quanto as resoluções das questões auferidas pelos alunos.

Questões	Assertivas	Erradas	Respondidas “não sei”	Deixadas em branco
Q1	6	2	2	2
Q2	9	3	0	0
Q3	1	5	3	3
Q4	2	4	4	2
Q5	2	4	4	2
Q6	1	3	5	3
Q7a	3	7	0	2
Q7b	0	7	1	4
Q8	1	6	4	1
Q9	0	3	6	3
Total	25	44	29	22

Fonte: o autor

Cabe pontuar que da questão Q1, foram consideradas assertivas as respostas que de alguma maneira chegaram a resposta objetiva correta quanto a lei de formação. Para a construção do gráfico também solicitado, apenas os participantes A8 e A11 conseguiram construir a representação gráfica da função quadrática como sendo uma parábola.

Na observação dos rascunhos coletados junto aos questionários, foi possível verificar que na maioria das vezes, mesmo em questões que foram deixadas em branco, houveram as tentativas de resolução, onde na obtenção de um resultado que não coincidissem com as alternativas, os alunos geralmente não marcavam nenhuma das respostas ofertadas.

4.4.1.2 As Observações

Neste tópico, trazemos as transcrições das manifestações e reações dos participantes durante a coleta ocorrida das 19:06h do dia sete de março de 2023, com término às 20:45h da mesma data, sendo que num primeiro momento foram feitas breves considerações e após foram distribuídos os questionários de perfil do aluno participante (APÊNDICE A) e o de pesquisa sobre função afim e função quadrática (APÊNDICE B).

Podemos observar durante a aplicação a solicitude dos participantes em colaborar com o estudo, visto que após responderem o questionário do perfil do participante, de pronto foram tentar resolver as questões relacionadas ao conteúdo funções, onde nos primeiros 50 minutos a atenção deles ficou voltada a este questionário. Nesse período, notava-se que os alunos ficavam a buscar o que eles sabiam/entendiam ou no mínimo lhes parecia familiar. Após esse tempo, começaram a emergir as ponderações quanto a dificuldade em interpretar as questões e os apontamentos surgiram do que já não conseguiam identificar.

Desse modo, o aluno A12 nos relata quanto ao esboço do gráfico da primeira questão:

“Lembro que tem as curvas e as retas, e tem uma curva da física, mas não sei como fazer para saber, pois aqui une os pontos e não da reta, né? Não lembro”.

Os participantes continuaram tentando enquanto aconteciam o compartilhamento de experiências pelos colegas. Chamou a atenção o fato de que em cinco manifestações de diferentes alunos, havia uma ansiedade quanto a questão dois, pois para eles, a resolução se dava de forma aritmética e então o porquê de chamarmos de função? Eles a consideravam uma questão de “regra de três” ou por lógica.

Quanto as outras questões com gráficos, houveram relatos do tipo:

“Lembro de ter visto esse assunto, mas agora não sei mais [...]”
“Eu fui bem em provas com gráficos mas estudei um dia antes!”
“Aprendo fácil matemática, mas tudo misturado vim no curso aprender”.

Na questão oito, houve muita dificuldade em interpretar a figura e retirar os dados, como dito em pelo menos quarto apontamentos dos participantes. Dado momento, pode-se observar o diálogo entre os alunos e a orientadora Professora Aline Silva de Bona que também estava na sala dando suporte no momento da coleta.

Aluno A3 – “A escola faz as questões por aula e daí não vemos a interpretação de tudo misturado”.
Orientadora – “Está te referindo ao reconhecimento dos objetos de Matemática?”
Aluno A5 – “Sim, nunca sei quando usar uma fórmula ou outra, mas sempre acerto as contas [...]”

Foram recorrentes as manifestações em que os estudantes falaram de que não tinham feito na escola questões com alguma estrutura algébrica e geométrica.

“Sempre função, apenas troca numérica!”
“Gráfico nunca me pediram para tirar nada dele, eu só marcava pontos”
“[...] é louco eu gostar de algo que não sei bem [...]”

Foram fortes as considerações relacionadas pelos alunos quanto as suas vivências na passagem pela educação básica relacionadas à disciplina de matemática, pois ao chegarem ao curso de Licenciatura em Matemática, surpreenderam-se com o que acreditavam que sabiam e o que realmente o curso lhes cobrara, mesmo ainda sendo a primeira semana na experiência do curso de graduação.

Aluna A6 – “Não gosto das humanas, mas aqui no curso estou ficando apavorada porque tudo eu tinha que já saber, e eu sempre fui uma

aluna dez em matemática e então, todos meus nove professores foram ruins? ”

Aluno A12 – “Eu queria entender como um gráfico pode ser um enunciado e também uma equação, mas na minha escola os professores estavam sempre mais preocupados em ocupar os alunos do que ensinar. E como matemática eram regras como um jogo, eu sempre me dei bem. Queria ser um professor diferente”.

Notamos que em sua maioria, os participantes foram dedicados nas tentativas de resolução das questões propostas e, o não conseguir fazer lhes trazia uma certa frustração já sentida por eles em algumas disciplinas do curso. Desse modo, ponderei que isto era normal, pois apesar de frequentarmos a educação básica em épocas diferentes, somos praticamente todos filhos da mesma escola e que, estarmos ali já era um grande passo para uma transformação na melhoria deste cenário educacional do qual fazemos parte.

4.4.2 Análise dos Dados

Este trabalho em sua construção teve um diversificado espectro de materiais analisados, pois ainda antes mesmo do seu início, verificamos em outros estudos publicados que alunos enfrentavam situações de déficit de aprendizagens quanto as diferentes representações que contemplam os conteúdos de função afim e função quadrática, para o qual constatou-se que eles não conseguiam transitar entre os diferentes registros que abarcam o objeto matemático pesquisado, isto seja nos primeiros anos do ensino médio ou até mesmo para discentes nos anos finais de graduação em Licenciatura em Matemática.

A partir disto, buscou-se um aporte teórico que contemplasse em sua base as diferentes representações correspondentes às funções e a coordenação entre as mesmas. Nessa linha o filósofo e psicólogo Raymond Duval nos apresenta um instrumento forte como aporte a essas dificuldades que os indivíduos têm em acessar e transitar entre os diferentes registros de representação. “Na perspectiva de Duval, uma análise do conhecimento matemático é, essencialmente, uma análise do sistema de produção das representações semióticas referentes a esse conhecimento” (MACHADO, 2016, p.08).

Destarte, para a construção do questionário de pesquisa tomamos então a TRRS como referência e analisamos os dados obtidos. Também, averiguamos a apresentação do conteúdo funções disposto em três livros didáticos que, em suma, compõem ferramentas auxiliares ao estudante, assim como servem de guias norteadores aos próprios professores em suas aulas, visto que, com uma carga horária geralmente sobrecarregada e a pouca oferta de programas de

formação na área, o profissional tem o livro didático como fonte de apoio e atualização às suas práticas docentes.

4.4.2.1 *Verificações Acerca dos Livros Didáticos*

Nessa linha, verificamos que, apesar de os livros didáticos analisados serem de ótima qualidade e com conteúdo bem organizado, as obras têm propostas distintas para a introdução aos conteúdos de funções, abordando as representações semióticas de forma e em quantidades diferentes na composição do objeto matemático proposto. Por coincidência ou não, para o Livro 1 e o Livro 2, percebeu-se uma intimidade maior com as novas diretrizes de ensino, assim como o uso de metodologias e abordagens de situações práticas mais familiarizadas com a realidade presente. Já o Livro 3, é uma ferramenta muito utilizada e conceituada na comunidade escolar, sendo que a edição em questão, pertence ao PNLD 2018 a 2020, traz em sua proposta uma apresentação norteada pela tendência História da Matemática, onde o autor ocupa cinco páginas de sua obra majoritariamente dissertando sobre o contexto histórico de funções, com pouco uso das representações em seu desenvolvimento, chegando a não fazer uso na média de uma por página, postura que se contrapõe a Teoria aqui usada por base.

As antecipações imagéticas de mudança de posição ou de mudança de forma recorrem à estrutura da operação por alguns motivos: somente a partir da construção da operação é que o sujeito passa a se interessar pela representação das transformações e pelos deslocamentos que ligam entre si os estados estáticos; são as operações que conduzem o indivíduo ao pensamento do tipo dedutivo; qualquer antecipação imagética de movimentos ou de transformações pressupõe uma ordem de sucessão das imagens no seu desenvolvimento, que por sua vez, pressupõe uma seriação operatória e somente a operação provê as condições necessárias para a conservação, que permite a antecipação dos deslocamentos e das transformações.

De forma geral, a psicogênese da imagem mental depende do estabelecimento da função semiótica para o seu aparecimento e da operação para representar os deslocamentos e as transformações dos objetos (GONÇALVES, 2021, p.81).

O Livro 1 por sua vez, traz a ideia de função dentro de situações mais familiarizadas com o cotidiano do estudante, com a apresentação inicial na representação em linguagem natural e convertendo essa na representação tabular e dando outros exemplos. Após, traz a representação em linguagem formal quando introduz os termos “variável independente” e “variável dependente” e, aproveita o ensejo e apresenta a representação em diagrama. Sendo que, já a dois parágrafos abaixo, também traz uma situação envolvendo representação geométrica a partir da figura de um quadrado. Em especial nessa página são três representações semióticas diferentes trazidas de forma sequencial.

O Livro 2, no capítulo 2, denominado Relações entre grandezas e noção de função, este compõe uma base sólida, sendo trabalhadas diretamente as conversões entre as representações em linguagem natural, tabular e representação algébrica sobre diferentes contextos, para só depois entrar realmente com noção de função, quando então entra com a representação em linguagem formal apresentando os termos ‘variável independente’ e ‘variável dependente’. Com uma contextualização mais atual, traz três situações relevantes como a reciclagem de plástico, o uso de aplicativos e a prestação de serviços como exemplos de utilização e função, contribuindo com a aproximação e apropriação de significado para o conteúdo abordado. As situações compreendidas nessa seção do Livro 2 estão dispostas alternando entre as representações em linguagem natural, tabular, linguagem formal, algébrica e geométrica, diversificações que segundo a TRRS são essenciais na compreensão do objeto matemático estudado.

4.4.2.2 Contribuições Referentes ao Grupo Pesquisado

Podemos observar a partir dos questionários, nas resoluções alcançadas pelos colegas, que suas contribuições foram de grande suporte à esse trabalho, pois nelas conseguimos analisar de forma criteriosa as suas percepções quanto ao objeto matemático funções, assim como as lacunas que se traduzem em dificuldades na execução das atividades cognitivas fundamentais, do mesmo modo de que forma se apresentam os registros mental, computacional e semióticos correspondentes ao conteúdo proposto.

Porque o objetivo da pesquisa é colocar em evidência os mecanismos próprios da compreensão em matemática, não se podem analisar as produções dos alunos unicamente por meio de critérios matemáticos, procurando reconstruir de maneira mais ou menos hipotética os procedimentos utilizados. Os mecanismos de compreensão não ressaltam somente justificações feitas pelos alunos – eles dependem de um funcionamento cognitivo que se deve poder descrever (MACHADO, 2016, p.24)

Assim, partindo de uma visão ampla, podemos afirmar que as questões acessíveis ao entendimento dos participantes, em sua maioria, foram aquelas a nível fundamental, sendo que para dar conta da solução, estes se utilizaram de táticas as quais eles compreendiam, onde não necessariamente fossem necessários os acessos aos registros semióticos que compõem o objeto matemático funções. Para as questões que eram necessários esses acessos, ou foram deixadas sem marcar alguma das alternativas ou quando marcadas assertivas, por vezes não houve o desenvolvimento apresentado que contemplasse àquela solução. Desta forma, julgamos que a

nível de representações mentais, os alunos não conseguem recuperar em seus registros, os elementos significantes que possam ser associados as representações semióticas apresentadas nesses exercícios e por consequência, a não compreensão a esses patamares do conceito de função, o que vem ao encontro dos relatos obtidos através das observações, nos apontamentos do grupo focal, como vistos:

“Gráfico nunca me pediram para tirar nada dele, eu só marcava pontos”

“A escola faz as questões por aula e daí não vemos a interpretação de tudo misturado”.

Já em um nível de dificuldade intermediário, na questão Q7, podemos relacionar o grau de congruência dentro de um mesmo exercício com a devolutiva pelos alunos, pois apesar de termos ainda muitos equívocos presentes na atividade cognitiva de tratamento requisitada nessa questão, ainda assim os participantes se consideraram aptos a tentar resolver, como verificado no item Q7a onde havia congruência entre as representações, tendo para essas dez tentativas de resolução, dentre as quais três respostas corretas.

Figura 12 – Resolução da aluna A11 referente à questão Q7

dobro do número de graus centígrados?

a) $35 = 5(f - 32)$
 $f = 95$

b) $C = 21,11$
 de na folha

$315 = 5f - 160$
 $315 + 160 = 5f$
 $475 = 5f$

7) b) $C = \frac{5(70 - 32)}{9}$
 $C = \frac{5 \cdot 38}{9}$
 $C = \frac{190}{9} = 21,11$

Fonte: o autor

Outrossim, foram as tentativas de resolução para o item Q7b, onde a congruência dos elementos significantes não era verificada, pois a representação em língua natural “Fahrenheit é o dobro” se traduziu em um equívoco de interpretação no registro algébrico de chegada, onde os alunos em sua maioria tomaram como verdade o valor $C = 35$, dado no item anterior o que se traduziu de forma errônea em $F = 70$, ficando distante da reorganização pretendidas da expressão “ $F = 2C$ ” dada do registro de partida enunciado, levando o estudante ao erro como foi observado na maioria dos casos.

Brasil (2018), disserta sobre o desenvolvimento dessas competências que envolvem o raciocínio matemático quando pressupõe necessário que os estudantes, em interação com seus colegas e professores, possam investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática, onde a mobilização de

habilidades relativas à representação e à comunicação se faz necessária para expressar generalizações. Outrossim, quanto as competências que estão diretamente associadas a representar:

[...]pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, em especial nessa área é possível verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade (BRASIL, 2018, p.529).

Corroborando com esse entendimento o desenvolvimento da questão Q2, onde obteve-se tentativas de resolução por todos os participantes, sendo que dos doze alunos, apenas três não tiveram êxito em suas respostas. Para esse exercício os critérios de congruência eram atendidos em toda sua extensão, onde a partir da representação em linguagem natural era diretamente possível converter numa expressão algébrica, a qual, se deu na maioria dos casos utilizando-se de proporção (regra de três) ou, de outra forma aritmeticamente através de alguma justificativa lógica. À esta questão se direcionavam as manifestações de alguns estudantes:

*“ É lógica [...], por que estamos chamando esse exercício de função?
“ Sempre função, apenas troca numérica! ”*

Podemos perceber que mesmo sendo assertivos quanto as suas respostas, estes não tinham consciência como a questão se relacionava ao objeto matemático funções, onde podemos averiguar que os déficits na aprendizagem vão além de simples lacunas nos registros de representação semióticos, pois expressar os resultados não se traduziram numa compreensão acerca do conceito de função.

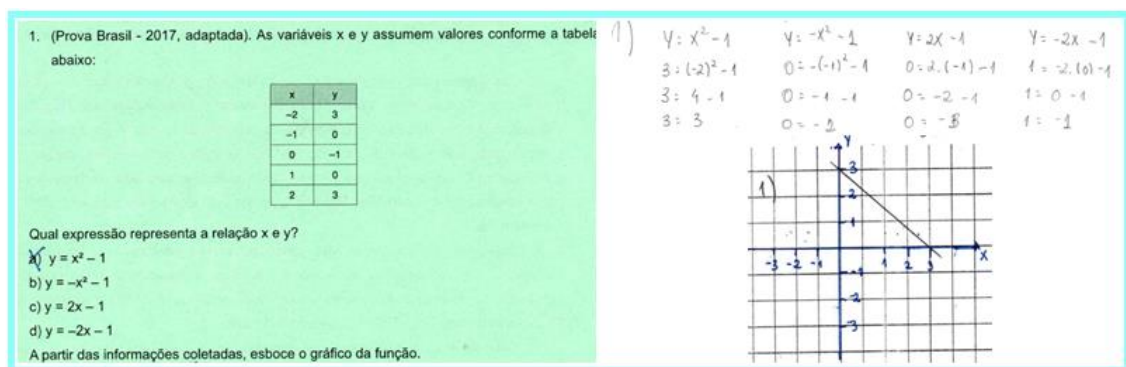
[...] a consciência se caracteriza pelo desígnio “qual quer coisa” que pega *ipso facto* o estatuto de objeto para o sujeito efetuando este desígnio. A passagem do não-consciente ao consciente corresponde a um processo de objetivação para o sujeito que toma consciência. A objetivação corresponde a descoberta pelo próprio sujeito do que até então ele mesmo não supunha, mesmo se outros lhes houvessem explicado. As representações conscientes são aquelas que apresentam este caráter intencional e que completam uma função de objetivação (DUVAL, 2019, p.40).

De outra maneira, a questão Q1 foi a que mais nos produziu elementos a serem analisados, visto que, apesar de estar a um nível de Ensino Fundamental, contemplava um espectro mais amplo de registros de representações semióticas a serem acessadas pelos participantes, onde para essa tivemos oito tentativas de resoluções, sendo que seis destas foram assertivas ao encontrar a alternativa objetiva que representava a expressão relativa a função de

forma correta, mas quanto a construção do gráfico, apenas dois participantes conseguiram executar de forma satisfatória.

Nessa questão, partindo da representação tabular, o aluno teria de perceber a relação de dependência entre as variáveis, identificar as raízes da função e o ponto em que o gráfico corta o eixo das ordenadas. Com esses elementos em mãos, já seria suficientemente possível a conversão da representação semiótica tabular em gráfica, o que não aconteceu na maioria dos casos.

Figura 13 – Resolução da aluna A10 referente à questão Q1



Fonte: o autor

Notamos que alguns alunos não reconhecem em seus registros o elemento significativo representativo da função quadrática, que o identificamos como expoente 2 da variável independente, nesse caso “ x ”, pois conseguindo atribuir a expressão que representava a função de forma correta, mesmo que sendo por meios aritméticos, este não consegue atribuir ao esboço do gráfico sua representação como sendo a de uma parábola. Foram recorrentes as tentativas frustradas de construção do gráfico, onde mesmo após montarem os eixos, não conseguiam dar continuidade na marcação dos pontos e outros o faziam de forma equivocada.

Da mesma maneira percebe-se pelas resoluções desta questão que os participantes têm muitas dificuldades quanto a representação algébrica, sendo que em sua maior parte, as mesmas se deram por meios aritméticos substituindo os valores de x e y nas expressões, onde nem sempre tiveram sucesso, o que nos leva a constatar a presença de lacunas na operacionalização correspondente as atividades cognitivas fundamentais de tratamento.

Figura 14 – Lacunas de tratamento do aluno A9 referente à questão Q1

$y = 2x - 1$
 $f(x) = 2 \cdot (-1) - 1$
 $f(x) = 2 \cdot 0 - 1$
 $f(x) = 2 \cdot 1 - 1$
 $f(x) = 2 \cdot 2 - 1$
 $f(x) = 2 \cdot (-1) - 1$
 $f(x) = 2 \cdot 0 - 1$
 $f(x) = 2 \cdot (-5) - 1$
 $f(x) = 2 \cdot (-3) - 1$

Fonte: o autor

Compõe a análise da questão Q1, a verificação de que apenas os participantes que tinham as representações mentais quanto ao conceito de função, mesmo que a nível de Ensino Fundamental, conseguiram executá-la de forma satisfatória, pois só desta maneira e através da atividade cognitiva de formação que decorre desse tipo de representação, é que possibilitou o reconhecimento das representações semióticas correspondentes aos enunciados, onde a partir destes, as atividades cognitivas de tratamento e conversão puderam ser efetuadas.

[...] existe, entretanto, a persistência do fenômeno de compartimentalização dos registros e sua estreita ligação com dificuldades de compreensão conceitual, as quais se manifestam principalmente pelo fracasso da conversão em caso de não-congruência e pela ausência de transferência dos conhecimentos de fora das situações *standards* de aprendizagem. Estes fenômenos conduzem a consideração de uma outra resposta: **a atividade conceitual implica a coordenação dos registros de representação**. É preciso que o sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instância ou ilustra (DUVAL, 2009, p.82, grifo do autor).

Todavia, o aluno que consegue acessar os registros de representação, nem sempre tem formados os elementos significantes correspondentes ao objeto matemático estudado, haja vista “que duas representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não tem de forma alguma o mesmo conteúdo” (MACHADO, 2016, p.22). Sendo assim, tornam-se fundamentais as atividades cognitivas de formação nos processos de consolidação de aprendizagens referentes ao conteúdo, para que só a partir disto, os registros possam ser acessados na utilização para a associação dos seus elementos significantes da representação semiótica correspondente que a conversão requer, sejam eles congruentes ou não.

Existe como que um “enclausuramento” de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem (MACHADO, 2016, p.21).

A saber, tomando por princípio que o registro pertence ao sujeito e a representação ao objeto, cabe por sua vez, a cada conceito matemático novo, acomodar as representações referentes a ele dentro de um registro particular do indivíduo, donde as atividades cognitivas fundamentais só podem ser utilizadas se, quando ouve o agrupamento das unidades significantes que diferenciam aquele objeto, essa se deu de forma adequada, colocando-o em oposição a outras representações semioticamente diferentes já existentes. Dessa forma é que a representação mental se consolida, pois, a “significação é essencial desde que queiramos integrar, no estudo do funcionamento das atividades cognitivas fundamentais, o papel de sua orientação e de seu controle conscientes pelo próprio sujeito e não se restringir ao papel dos processos automatizados e não-conscientes (DUVAL, 2009, p.28).

Quanto as demais observações, contatou-se uma certa frustração com relação à matemática durante o grupo focal, pois nos relatos suas manifestações são contraditórias em sua essência. Como visto:

*“[...] é louco eu gostar de algo que não sei bem [...]”
“Não gosto das humanas, mas aqui no curso estou ficando apavorada porque tudo eu tinha que já saber, e eu sempre fui uma aluna dez em matemática e então, todos meus nove professores foram ruins?”*

Não nos cabe julgar quão representativas são essas afirmações com vistas a educação básica e aos profissionais que acompanharam esses alunos em sua trajetória escolar, até porque, como vimos, o professor é parte de um sistema complexo que nem sempre corrobora para uma eficácia nos processos de ensino e aprendizagem, contando com um aporte muitas vezes ineficiente para o bom desenvolvimento de suas aulas. Outrossim, é o papel da instituição de ensino superior no acolhimento desses discentes, que apesar de terem muitas lacunas no seu aprendizado, ainda assim gostam de matemática, tornando essa ação essencial para minimizar a evasão principalmente nos primeiros semestres do curso de Licenciatura em Matemática, tendo em vista que a esses alunos, o que não lhes falta é vontade pelo saber.

5 RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos pertinente toda pesquisa que vem ao encontro dos anseios referentes a área da educação matemática, sendo que não nos abstermos dessa responsabilidade, e onde, na construção deste trabalho buscamos responder à pergunta inicial: a partir dos registros de representações semióticas, poderemos observar quais lacunas os licenciandos em Matemática trazem consigo para a graduação no que se refere ao conceito de funções?

Durante o trajeto de elaboração da pesquisa foram se agregando necessidades de entendimento quanto as lacunas no aprendizado com relação ao objeto matemático funções, que poderiam ser observadas no decorrer deste processo. Então não tão somente a pesquisa se debruçou sobre os aspectos cognitivos do pensamento humano, mas também na composição dos déficits de aprendizagem que integram tais lacunas. Desse modo julgamos que, junto ao aporte teórico, aos questionários e as observações do grupo focal, se tornara complementar a averiguação de como eram expostas as representações semióticas referentes ao objeto matemático funções em suas apresentações, compreendidas em três obras de edições atuais de livros didáticos que são bases ou referências para os professores no momento presente.

Averiguamos que nos livros analisados, as representações relativas ao conteúdo de função estão dispostas em sua apresentação com perspectivas e quantidades diferente a depender da obra, logo, um cuidado na escolha dessa ferramenta se torna fundamental para o auxílio ao docente nos processos de ensino. Em Brasil (1998), os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCNs), inferem sobre a formação e atualização do profissional docente quando analisa a seleção de materiais didáticos e de recursos tecnológicos no planejamento das aulas (APENDICE D), do mesmo modo, acreditamos que o professor necessite de se apropriar do conteúdo contido no livro didático antes de escolher a coleção a ser utilizada para compor suas práticas pedagógicas, pois na dependência desta escolha, em consonância com a metodologia empregada pelo profissional, a ferramenta em questão pode se contrapor à sua maneira de trabalho, tornando-se assim um fardo no desenvolvimento de suas aulas, elevando de forma acintosa os custos cognitivos empregados pelo aluno requisitados dentro dos processos necessários à sua aprendizagem.

Importante é saber que nem o profissional docente quanto a obra são elementos que decidem se a aprendizagem ocorre ou não, sendo que para existir “uma mudança significativa do ensino de Matemática, são muitas as inquietações e problemáticas que precisam ser estudadas e refletidas, desde o curso superior em licenciatura até as formações continuadas para docentes de Matemática” (BONA et al., 2022), quando mais, à circunstância destes

profissionais estarem sujeitos a todo um complexo sistema de ensino que por muitas vezes olha o indivíduo como um ser privado de aspectos cognitivos de pensamento, onde processos automatizados de trabalho e por consequência de ensino e aprendizagem, lhes parecem favoráveis, sendo assim supra valorizados em detrimento de uma oportunidade de consciência do ser humano.

De toda sorte, os participantes da pesquisa aqui desenvolvida, buscam através do conhecimento mudar tal realidade, onde percebemos que, ao nos solicitarem as resoluções e se possível até uma aula sobre funções, mostra-nos quão grande é o envolvimento deles e a vontade de compreender matemática, o que era de se esperar, pois na observância de relatos como “[...] queria ser um profissional diferente”, pela voz deles, o movimento de mudança do cenário educacional supracitado já se instaurou, cabendo a quem é de competência favorecer que este licenciando tenha a oportunidade de se tornar o professor que ele tanto idealiza.

Para tal, nossa pesquisa buscou trazer através do grupo focal com auxílio de questionários, elementos que demonstrassem as dificuldades que estes estudantes traziam da educação básica para o ensino superior, onde observou-se que não só lacunas em registros compõem a problemática instaurada. Pois mesmo em níveis de compreensão intermediários, o aluno conseguiria colocar em oposição os diferentes elementos significantes que diferenciam uma representação de outra, onde dotados desse entendimento, e por ser um questionário majoritariamente objetivo, muitas das questões poderiam ser respondidas usando argumento de exclusão, eliminando as incorretas, o que acreditamos que na falta da apropriação do conceito, eram passíveis de solução dentro de aspectos cognitivos referentes ao pensamento matemático.

Através dos relatos e das construções apresentadas pelos participantes quanto a representação gráfica, foi possível verificar que, apesar deles terem os registros referentes ao plano cartesiano, estes em sua maioria, não conseguiram trazer uma significação que condissesse com o objeto matemático função às suas produções, pois ao construí-lo não sabiam como proceder para marcar os postos referentes às coordenadas (pares ordenados) descritos na tabela enunciada. Outro aspecto é a não conversão da representação algébrica para a gráfica, nem mesmo a diferenciação do formato da representação de uma função afim para uma quadrática.

Assim sendo, concluímos a partir da TRRS não só haver lacunas nas aprendizagens trazidas para a graduação advindas da educação básica pelos licenciandos em Matemática quanto ao conceito de funções, mas sim, um amplo desconhecimento das representações semióticas que constituem o objeto matemático aqui pesquisado. Ao passo que, se o aluno não reconhece em seus registros os elementos significantes que identificam uma representação, não

há elementos a recuperar que lhe deem base para quaisquer outras atividades relacionadas a noção de função.

Portanto, a partir das considerações aqui apresentadas com relação a pesquisa, percebemos quão grandes são os desafios impostos pela Educação em Matemática, principalmente na prerrogativa da instituição de ensino superior, pois é no acolhimento deste e, na sua continuidade de sua formação, é que as adversidades aqui expostas serão minimizadas. Destarte, vimos que alguns dos elementos constituintes de um cenário de dificuldades são oriundos de uma formação por vezes equivocada ou insatisfatória. Mas disso todos sabemos, o que desconhecemos é qual nosso papel e nossa responsabilidade de antever essas dificuldades. Deste modo, pesquisas na área e uma formação que desenvolva um profissional docente reflexivo conhecedor de suas limitações, torna-se indispensável na obtenção de métodos mais eficazes para promover uma aprendizagem efetiva quanto as representações referentes aos conteúdos abordados e, só assim, então conseguiremos transformá-los realmente em objeto de compreensão efetiva pelos alunos.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, foi apresentada uma prévia de seu conteúdo na 13^a MoExp (Mostra de Ensino, Extensão e Pesquisa) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório, com vistas a divulgação da pesquisa e avaliação, assim certificados pela instituição (ANEXO B).

Como perspectiva de pesquisa futura para este cenário, propõe-se que se produzam atividades não só exploratórias para as turmas de licenciandos em Matemática, mas também um plano de ação dentro dos pressupostos da TRRS, que contemplem aspectos de ressignificação dentro dos registros pertencentes ao indivíduo, enfatizando as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão referentes as representações semióticas para o ensino de funções.

Os instrumentos de pesquisa apresentados nesse trabalho estão disponíveis para utilização nos apêndices que seguem, assim como algumas sugestões de resoluções das questões propostas no questionário de pesquisa sobre função afim e função quadrática utilizadas neste projeto.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Luísa Silva. Registros de Representação Semiótica e a Formação de Professores em Matemática. 2008, 135 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas.

ANTON, H. Cálculo, um novo horizonte – v. 1, 6^oed – Porto Alegre: Bookman, 2000.

APARECIDA DE FARIA, R.; LABURÚ, C. E. Conexão entre múltiplas representações em atividades de função polinomial do 1^o Grau. REMATEC, [S. l.], v. 16, p. 310–325, 2021. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p310-325.id483. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/77>. Acesso em: 22 ago. 2023.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. Rev. Bras. de Ensino de Ciência e Tecnologia - Paraná, v. 5, n. 2 (2012). Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185> Acesso em 30 de outubro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Curricular Comum. Brasília: MEC/SEF, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BONA, A. S. D. et al. Um olhar em formação para as Tendências de Educação Matemática: do ensino remoto aos tempos Complexos. In: MARTINS, D. M.; MATEUS, Y.G.A.S. (Org.) Ciência e inovação: um olhar interdisciplinar [livro eletrônico]. Santa Maria, RS: Arco Editora, 2022. Disponível em: https://www.arcoeditores.com/_files/ugd/4502fa_2746c2066ac44b7f8ea16cc62b99168a.pdf. Acesso em: 25 set. 2023

CARVALHO, L. F.; DOS ANJOS, J. A. L.; DE MELO, S. B.. Considerações sobre uma avaliação diagnóstica do conceito de função à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas. REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática. UFSC, Santa Catarina, v. 12 n. 2 (2017). Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p116>. Acesso em: 22 ago. 2023.

CINTRA, P. C.; FILHO, I. F. B. O Conhecimento de futuros professores de Matemática sobre o conceito de função e possíveis implicações para a prática docente. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática - Sergipe, v. 4, n. 2 (2019). Disponível em: <https://www.seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/11890>. Acesso em 12 de setembro de 2022.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010.

DENARDI, V. B.; BISOGNIN, E. Representações Semióticas: contribuições para o estudo do conceito de Função. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 142–159, 2019. DOI: 10.26843/rencima.v10i2.2339. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2339>. Acesso em: 22 ago. 2023.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.) *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Coleção Papyrus Educação - 1ºed.- São Paulo: Papyrus, 2016. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/38825>. Acesso em: 29 de outubro de 2022, p. 09-33.

FUNÇÕES. Projeto Medicina. Disponível em: <https://projetomedicina.com.br/material-de-estudo/funcoes/>. Acesso em: 16 de fevereiro de 2023

GATTI, Bernadete A. *Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas*. Brasília: Liber Livro, 2005.

GIL, Antônio Carlos. *Como Elaborar Projetos de Pesquisa - 5º ed.- São Paulo: Atlas, 2010*.

GONÇALVES, Patricia Lorena. *A imagem mental e a construção do conhecimento: um estudo piagetiano sobre a cognição de crianças e adolescentes com Transtorno do Espectro Autista*. 2021. Tese (Doutorado em Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano) - Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021. doi:10.11606/T.47.2021.tde-09112021-153437. Acesso em: 2023-09-13, p. 10-81.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de Matemática Elementar, v. 01, Conjuntos, Funções*, São Paulo: Editora Atual, 9ª Ed., 2013.

JUSTULIN, A. M.; PEREIRA, F. F.; FERREIRA, A. DA S. Representação gráfica de Funções: uma análise das principais dificuldades de alunos do Ensino Médio. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 10, n. 6, p. 301-318, 10 dez. 2019. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1313>. Acesso em 12 de setembro de 2022.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.) *Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica*. Coleção Papyrus Educação - 1ºed.- São Paulo: Papyrus, 2016. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/38825>. Acesso em: 29 de outubro de 2022, p. 07-08.

MODERNA. Editora Moderna © 2013. *Caderno de Questões Prova Brasil Matemática, PNLD 2017*. Disponível em: <https://www.moderna.com.br/pnld2017/recursos-modernamigos/cadernos-prova-brasil.htm>. Acesso em: 16 de fevereiro de 2023.

NOGUEIRA, M. I. N.; REZENDE, V. Mapeando o Campo Conceitual da função afim: primeiros passos. *Educação Matemática Pesquisa: revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*. - São Paulo, v. 21 n. 5 (2019). Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45555>. Acesso em: 11 de setembro de 2022.

PINTO, O. P. et al. Uma análise das dificuldades de licenciandos em Matemática sobre o conceito de função. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. – Pernambuco, v. 12, n. 1 (2021). Disponível em:

<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/246456>. Acesso em: 11 de setembro de 2022.

RIBEIRO, V. de P.; GODOY, E. V.; ROLKOUSKI, E. Análise de erros: um estudo com ingressantes de cursos de graduação. *Revista BOEM*, Florianópolis, v. 8, n. 16, p. 112-133, 2020. DOI: 10.5965/2357724X08162020112. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/17413>. Acesso em: 11 de setembro de 2022.

SANTANA, L. T.; GUALANDI, J.H.; SOARES M. R. Registros de representação semiótica: experiência no ensino de funções quadráticas com alunos do Ensino Médio Integrado. *Revista Educação Matemática Debate*, Minas gerais, v. 3, n. 7 (2019). Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/76>. Acesso em 11 de setembro de 2022.

SANTAELLA, Lucia. *Estética & semiótica*. 1. ed. Curitiba: Intersaberes, 2019. E-book. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 13 set. 2023.

SILVA, I. B.; PRANDO, G.; GUALANDI, J. H. Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a análise do capítulo de funções de um livro didático. *Revista Educação Matemática Debate*, Minas gerais, v. 4 n. 10 (2020): jan/dez. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/1451>. Acesso em 22 de agosto de 2023.

SILVA, A.; TELES, R.. Convergências entre a abordagem do livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 22 n. 2 (2020). Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/47455>. Acesso em: 22 ago. 2023.

SILVA, A.; TELES, R.. Conversões entre as representações em linguagem natural e algébrica de função quadrática: uma análise do fenômeno de congruência semântica e equivalência referencial. *INTERMATHS*, v.1 n.1 (2020), 132-150. <https://doi.org/10.22481/intermaths.v1i1.7611>. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/7611>. Acesso em: 22 ago. 2023.

TEORIA do desenvolvimento cognitivo de J. Piaget. FCTUC- *Psicologia Educacional II*, 2006. Disponível em: <https://www.mat.uc.pt/~guy/psiedu2/piaget>. Acesso em: 15 set. 2023.

GOVERNO divulga resultados do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de 2022. Secretaria da Educação do governo do estado do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 13 de abr. de 2023. Disponível em: <https://educacao.rs.gov.br/governo-divulga-resultados-do-sistema-de-avaliacao-do-rendimento-escolar-de-2022>. Acesso em 10 de agosto de 2023.

APÊNDICE A - Instrumento pesquisa - Identificação e perfil do participante

Estimado (a) colega:

Venho através deste questionário coletar dados para a pesquisa intitulada:

Uma análise dos Registros de Representação Semiótica na compreensão do conceito de função.

Desde já, adianto que suas respostas serão tratadas de forma confidencial, na qual o acesso ao conteúdo ficará restrito aos pesquisadores envolvidos. Este estudo é parte integrante do trabalho de conclusão de curso a ser desenvolvido pelo licenciando em matemática Ronaldo Colombo Flôr dentro do curso ofertado pelo Campus Osório do Instituto Federal do Rio Grande do Sul e, assim orientado pela Prof^a. Dr^a. Aline Silva de Bona.

Agradecemos a sua colaboração e contribuição para com a nossa proposta, onde, ao responder com sinceridade estará contribuindo significativamente para o sucesso desse projeto.

1. Nome e idade _____
2. Sexo: () Masculino () Feminino
3. Qual cidade reside e qual meio de transporte utiliza para chegar ao Campus? _____

4. Você no momento atual, exerce alguma atividade profissional? Qual? _____

5. Alguma vez você já reprovou nesta disciplina? Se sim, quantas vezes? Por qual motivo? _____
6. Qual(is) a(s) motivação(ões) que lhe levou a ingressar em um curso de Licenciatura em Matemática? _____

7. Tens o habito da leitura? Se sim, quantos livros você leu no último ano? _____

8. Na sua opinião, quais os principais motivos que levam os alunos a terem dificuldades na aprendizagem dos conteúdos de matemática? _____

APÊNDICE B - Questionário de pesquisa sobre função afim e função quadrática

Este questionário compõe ações de investigação que contemplam a pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) denominado: Uma análise dos Registros de Representação Semiótica na compreensão do conceito de função, a ser apresentado no Campus Osório do Instituto Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática. Este estudo está sendo desenvolvido pelo licenciando em matemática Ronaldo Colombo Flôr e orientado pela Prof^ª. Dr^ª. Aline Silva de Bona.

O projeto em construção visa identificar lacunas trazidas da educação básica recorrentes para o conteúdo de funções e analisar a capacidade de realização dos processos de formação, tratamento e conversão segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval.

Cabe salientar que os nomes dos entrevistados (as) não será (ão) divulgado (s) em hipótese alguma e será (ão) usado (s) somente como referência para a investigação aqui realizada. Portanto, não é cabível o instrumento aqui disposto para avaliação em quaisquer das disciplinas do curso.

O presente questionário requer a entrega do desenvolvimento dos exercícios, onde para tal, o uso de calculadora ou aparelho semelhante não serão permitidos. Como o instrumento é de cunho investigativo no âmbito do funcionamento cognitivo do pensamento, todos os rascunhos que expressem alguma ideia de possível desenvolvimento da questão são válidos e importantíssimos para a pesquisa, sendo que tais anotações poderão ser feitas e entregues a lápis e desenvolvidas no espaço reservado junto à questão. Será disponibilizado papel quadriculado para quem achar necessário sua utilização durante o desenvolvimento das resoluções.

Suas respostas são muito importantes para a pesquisa aqui desenvolvida, servindo elas de base para o projeto na identificação, segundo a TRRS, de possíveis lacunas trazidas da educação básica para o ensino superior. Por conseguinte, com a sua contribuição, poderemos apontar tais deficiências que, se não forem observadas e sanadas, perdurarão como calvário durante todo o curso de Licenciatura em Matemática ao qual vocês colegas se propõem e do qual faço parte.

Nome: _____ Turma: _____

Email: _____

Responda às questões justificando-as, algébrica, geométrica, em linguagem natural (por extenso) ou qualquer outro meio que represente de alguma forma a resposta escolhida.

1. (Prova Brasil - 2017, adaptada). As variáveis x e y assumem valores conforme a tabela abaixo:

x	y
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

Qual expressão representa a relação x e y ?

- a) $y = x^2 - 1$
- b) $y = -x^2 - 1$
- c) $y = 2x - 1$
- d) $y = -2x - 1$

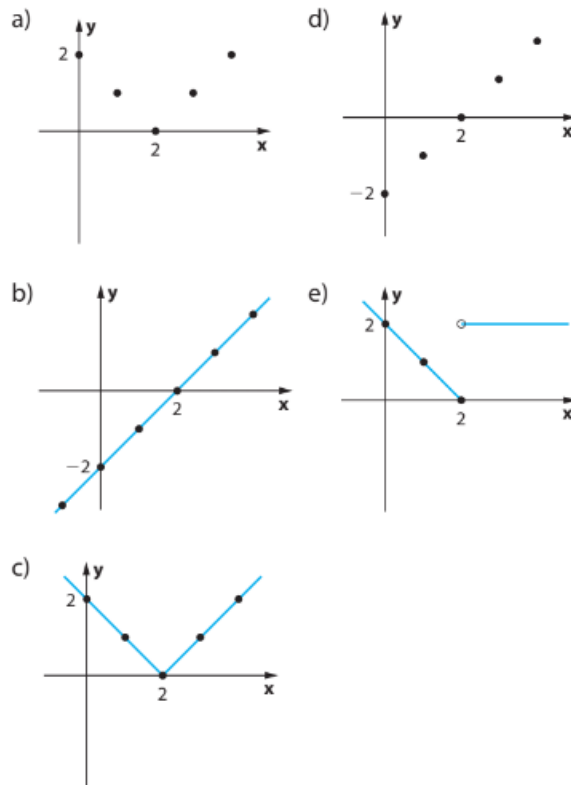
A partir das informações coletadas, esboce o gráfico da função.

2. (Enem 2012). Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

- a) 12 kg.
- b) 16 kg.
- c) 24 kg.
- d) 36 kg.
- e) 75 kg.

Justifique sua resposta.

3. (UFAM). Qual das representações gráficas abaixo melhor representa a aplicação $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x - 2$?



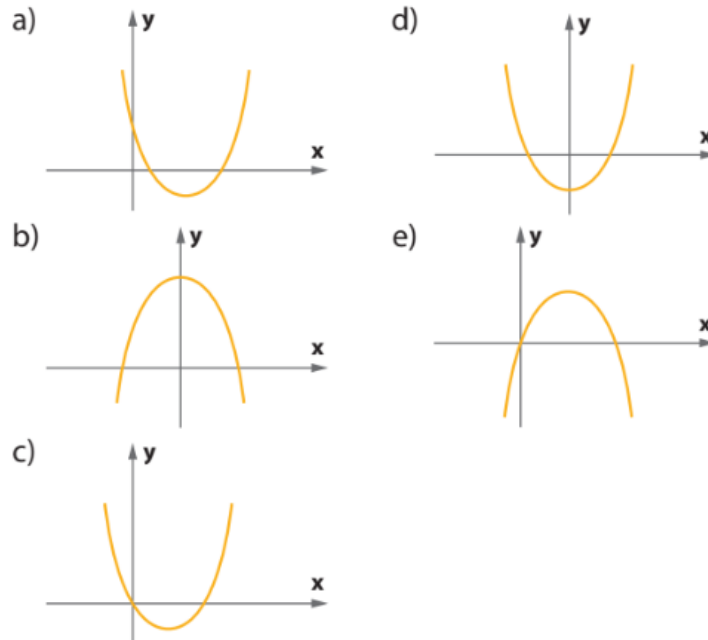
4. (UFRGS). O domínio da função real de variável real definida por $f(x) =$

$$\sqrt{[(1 - x)(3 + x)]}$$

é o intervalo:

- a) $(-\infty, -3]$.
- b) $[-3, -1)$.
- c) $(-3, 0)$.
- d) $[-3, 1]$.
- e) $[1, +\infty)$

5. (PUC-PR). Sejam $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = x - 1$ duas funções definidas em \mathbb{R} . Qual dos gráficos melhor representa $f(g(x))$?



6. (Enem 2016). Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- a) 18
- b) 20
- c) 36
- d) 45
- e) 54

7. (Unicamp). Para transformar graus Fahrenheit em graus centígrados usa-se a fórmula:

$$c = \frac{5(f - 32)}{9}$$

Onde F é o número de graus Fahrenheit e C é o número de graus centígrados.

- Transforme 35 graus centígrados em graus Fahrenheit.
- Qual a temperatura (em graus centígrados) em que o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus centígrados?

8. (Enem 2017). A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

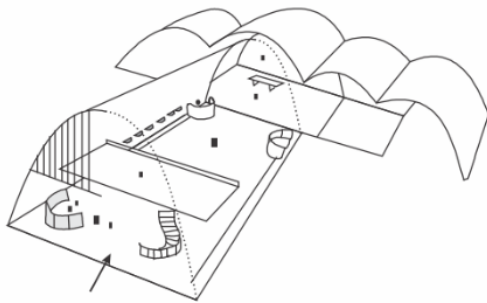


Figura 1

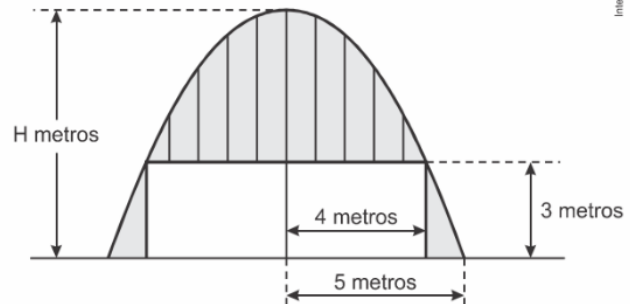
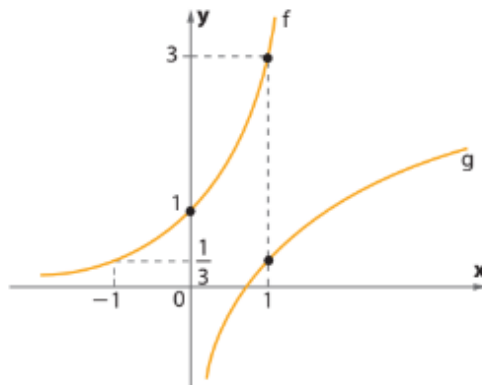


Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

- 16/3
- 31/5
- 25/4
- 25/3
- 75/2

9. (UFAM). Na figura abaixo têm-se os gráficos de uma função $f(x) = a^x$ ($a > 1$) e de sua inversa g .



Se $g(k) = 2$, então o valor de k é:

a) 8.

b) 1.

c) 2.

d) 9.

e) 6.

Justifique sua resposta.

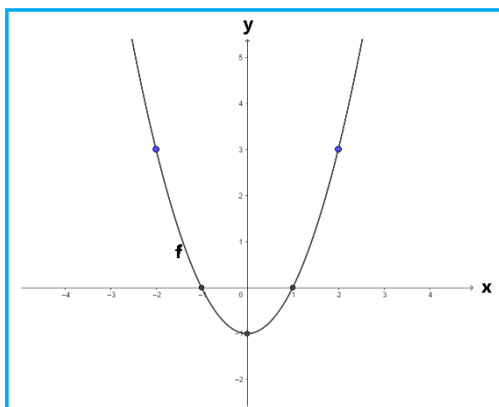
APÊNDICE C – Algumas opções de resoluções do questionário sobre função afim e função quadrática

1) Ao observar os valores fornecidos pelo enunciado, o aluno deve perceber o comportamento da função:

x	y
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

Comportamento não linear

Ao plotar alguns pontos referentes as coordenadas no gráfico, nota-se a curvatura para cima.



Nesse ponto, pelo comportamento e esboço do gráfico, já é identificável a resposta correta, *item a*).

De outra forma, usando a forma fatorada da função quadrática e substituindo valores, temos:

$$a(x - x_1) * (x - x_2) = y$$

$$a(x - 1) * (x + 1) = y \quad (\text{quando } y = 0, \text{ pela tabela, em } x_1 = +1 \text{ e } x_2 = -1)$$

$$a(0 - 1) * (0 + 1) = -1 \quad (\text{no ponto } x = 0 \text{ e } y = -1)$$

$$a(-1) = -1$$

$$a = 1$$

No vértice:

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 0 = -\frac{b}{2 \cdot 1} \Rightarrow b = 0$$

O gráfico corta o eixo das ordenadas em $-1 \Rightarrow c - 1$

$$\text{Então: } y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = 1x^2 + (0)x + (-1) \Rightarrow y = x^2 - 1$$

Ainda o aluno poderá usar a substituição para a solução com $x = -2$ e $y = 3$

$$(-2)^2 + k = 3$$

$$4 + k = 3$$

$$k = -1,$$

$$\text{logo, } x^2 - 1 = y$$

$$\therefore \text{Resposta correta item a) } y = x^2 - 1$$

2) Por proporcionalidade

$$5 \text{ gotas} \rightarrow 2kg$$

$$30 \text{ gotas} \rightarrow x$$

$$5x = 60$$

$$x = \frac{60}{5} = 12kg$$

Ou apenas associando diretamente

$$\underbrace{30}_{\text{gotas}} \div 5 = 6 \rightarrow 6 * \underbrace{2}_{\text{gotas}} = 12$$

$$\therefore \text{Resposta correta item a) } 12kg$$

3) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x - 2$

Função com domínio nos inteiros: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots\}$, com

$$x = 0: y = x - 2 \Rightarrow y = 0 - 2 \Rightarrow y = -2$$

Como que para cada valor inteiro em x , teremos um valor inteiro em y , a resposta correta é um gráfico representado por pontos.

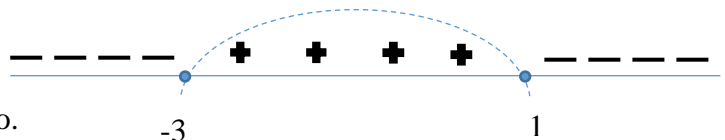
$$\therefore \text{Resposta correta item d)}$$

4) Para o domínio da função dada teremos a situação:

$$(1 - x) * (3 + x) \geq 0$$

$$x_1 = 1 \text{ ou } x_2 = -3$$

Como $a = -1$, a concavidade é para baixo.



$$\therefore \text{Resposta correta item d) } [-3, 1]$$

$$5) f(g(x)) = f(x - 1) = (x - 1)^2 - 2(x - 1)$$

$$= x^2 - 2x + 1 - 2x + 2$$

$$f(g(x)) = x^2 - 4x + 3$$

$$\text{Raízes: } x_1 = 1; x_2 = 3.$$

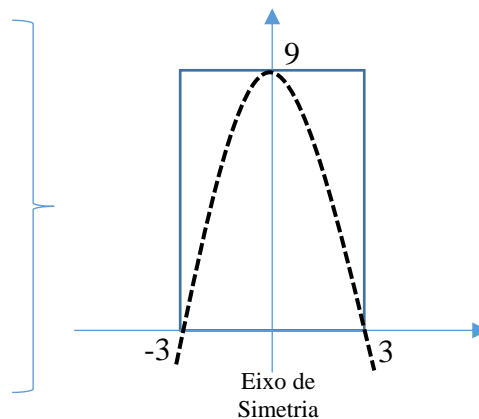
É o gráfico de uma função do 2º grau, com concavidade voltada para cima e raízes 1 e 3.

∴ Resposta correta item a)

$$6) y = 9 - x$$

Área da parábola:

$$\frac{2}{3} * \underbrace{(6 * 9)}_{\text{Área do retângulo}} = 36$$



∴ Resposta correta item c)

$$7) c = \frac{5(f-32)}{9}$$

$$a) c = 35; \quad 9c = 5f - 160 \Rightarrow 9 * 35 = 5f - 160 \xrightarrow{(+5)} 9 * 7 = f - 32$$

$$\Rightarrow 63 + 32 = f \Rightarrow f = 95^\circ \text{ Fahrenheit}$$

$$b) f = 2c; \quad 9c = 5(2c - 32) \Rightarrow 9c - 10c = -32 * 5 \Rightarrow -c = -160$$

$$\xrightarrow{*(-1)} c = 160^\circ \text{ Centígrados}$$

8) Parábola de pontos (4,3) e (5,0) (*)

$f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo uma parábola simétrica ao eixo das coordenadas com $b = 0$

$$f(0) = c = H \text{ e } f(x) = ax^2 + c$$

Usando os pontos dados temos:

$$\begin{cases} 0 = a(5)^2 + c \\ 3 = a(4)^2 + c * (-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = a(5)^2 \\ -3 = -a(4)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = 25a \\ -3 = -16a \end{cases} \Rightarrow -3 = 9a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

(*) Substituindo no ponto (5,0), temos:

$$0 = -\frac{1}{3}(5)^2 + c \Rightarrow 0 = -\frac{25}{3} + c \Rightarrow c = \frac{25}{3} = H$$

De outra forma, usando a forma fatorada da função:

$$a(x - x_1) * (x - x_2) = y \quad \text{Aqui temos as raízes } -5 \text{ e } 5 \text{ e o ponto } (4,3)$$

$$a(4 + 5) * (4 - 5) = 3$$

$$a(9) * (-1) = 3$$

$$a(-9) = 3$$

$$a = -\frac{3}{9} \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

Agora, substituindo em $x = 0$, teremos $y = H$, onde:

$$a(x - x_1) * (x - x_2) = y$$

$$-\frac{1}{3}(0 + 5) * (0 - 5) = y$$

$$-\frac{1}{3}(5) * (-5) = y$$

$$-\frac{1}{3}(-25) = y$$

$$y = \frac{25}{3} = H$$

∴ Resposta correta item d)

$$9) f(x) = a^x \quad (a > x)$$

$$\text{Pelo gráfico } f(1) = 3 \Rightarrow a^1 = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{Logo, } f(x) = 3^x$$

$$\text{Se } g \text{ é a inversa de } f, \text{ com } g(k) = 2 \Leftrightarrow f(2) = k$$

$$\text{Pelo exposto acima, segue que: } f(2) = 3^2 \Rightarrow f(2) = 9;$$

∴ Resposta correta item d)

APÊNDICE D - Representações na Matemática, Um Olhar a Luz dos PCNs

Os Parâmetros Nacionais Curriculares, (PCNs) inferem sobre a formação e atualização do profissional docente quando analisa a seleção de materiais didáticos e de recursos tecnológicos no planejamento das aulas assim como apoia a discussão no desenvolvimento do projeto educativo de cada instituição educacional na reflexão sobre sua prática pedagógica. O documento em sua composição, critica de forma acintosa a hierarquização excessiva dos conteúdos, onde:

É uma organização dominada pela ideia de pré-requisito, cujo único critério é a estrutura lógica da Matemática. Nessa visão, a aprendizagem ocorre como se os conteúdos se articulassem na forma de uma corrente, cada conteúdo sendo um pré-requisito para o que vai sucedê-lo. [...]os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos (PCNs, 1988, p.22).

O documento (*op. cit*) ainda nos aponta que no ensino fundamental, os objetivos correspondentes para o terceiro ciclo (onde acriança supõe-se estar entre 11 e 12 anos de idade) de matemática, com relação ao pensamento algébrico ocorrido por meio de situações de aprendizagem devem levar o aluno a:

- Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
- Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
- Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico (PCNs, 1988, p.64).

Além destes, no quarto ciclo o aluno deve além de saber interpretar e resolver situações problema deve “observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis” (PCNs, 1988, p.81).

Destarte, justificamos nosso trabalho pela necessidade de rever esse isolamento na apresentação dos conteúdos matemáticos, este que Duval (2009) denomina por compartimentalização, pois assim as representações tornam-se o foco das aulas e não aquilo que elas representam, acabando desse modo por distanciar o aluno do objeto matemático até então passível de sua compreensão.

ANEXO A – Termo de consentimento livre e esclarecido

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL –
IFRS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPP
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP**

MODELO:**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Prezado (a) Senhor (a):

Você está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa intitulado: “**NOME DO PROJETO**”. Este projeto está vinculado a (**TCC, ESPECIALIZAÇÃO, MESTRADO, DOUTORADO, EDITAL Nº.**). Nessa pesquisa pretendemos (**DESCREVER OS OBJETIVOS DE FORMA SUCINTA E COM LINGUAGEM APROPRIADA AO PÚBLICO ALVO**).

A pesquisa será feita no/a (**LOCAL**), através de (**ENTREVISTA, QUESTIONÁRIO, GRUPO FOCAL, OBSERVAÇÃO, TESTES, ETC.**), que poderá ser gravada e/ou filmada, após sua autorização. Para a coleta de dados será utilizado/a (**DESCREVER INSTRUMENTOS UTILIZADOS NA COLETA DE DADOS**).

Fui alertado (a) que este estudo apresenta risco (**MÍNIMO, BAIXO, MODERADO OU ELEVADO**) para mim (a), isto é, (**DEIXAR CLARO NA DESCRIÇÃO, QUAL O RISCO EXISTENTE. EXEMPLOS DE RISCOS DE ORIGEM EMOCIONAL, PSICOLÓGICA OU INTELECTUAL NO CASO DE PESQUISAS NA ÁREA DE CIÊNCIAS HUMANAS: possibilidade de constrangimento ao responder o questionário, desconforto, medo, vergonha, estresse, quebra de sigilo, cansaço ao responder às perguntas, quebra de anonimato**). Caso isso ocorra, serei encaminhado(a) para (**IDENTIFICAR LOCAL OU PROFISSIONAL – o mesmo não poderá ser um membro do CEP, nem o próprio pesquisador. O encaminhamento deve ser realizado conforme o tipo de risco apontado**), a fim de receber o acompanhamento necessário. Além disso, diante de qualquer tipo de questionamento ou dúvida, poderei realizar o contato imediato com um dos pesquisadores responsáveis pelo estudo que fornecerá os esclarecimentos necessários.

Foi destacado que a minha participação no estudo é de extrema importância, uma vez que se espera (**DESCREVER OS BENEFÍCIOS ESPERADOS COM LINGUAGEM APROPRIADA PARA O PÚBLICO-ALVO**).

Estou ciente e me foram assegurados os seguintes direitos:

- da liberdade de retirar o consentimento, a qualquer momento, e que poderei deixar de participar

do estudo, sem que isso me traga prejuízo de qualquer ordem;

- da segurança de que não serei identificado (a) e que será mantido caráter confidencial das informações relacionadas à minha privacidade;

- do compromisso de ter acesso às informações em todas as etapas do estudo, bem como aos resultados, ainda que isso possa afetar meu interesse em continuar participando da pesquisa;

- de que não haverá nenhum tipo de despesa ou ônus financeiro relacionada com a participação nesse estudo;

- de que tenho direito a compensação material relativas às minhas despesas e de meu acompanhante com relação à transporte e alimentação, caso esses gastos sejam demandados durante a minha participação no estudo

- de que não está previsto nenhum tipo de procedimento invasivo ou coleta de material biológico;

- de que posso me recusar a responder qualquer pergunta que julgar constrangedora ou inadequada.

- de que serão mantidos todos os preceitos ético-legais durante e após o término da pesquisa, de acordo com a Resoluções 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde;

Eu _____, portador do documento de identidade ou CPF (NÚMERO), aceito participar da pesquisa intitulada: “NOME DA PESQUISA”. Fui informado (a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada, bem como sobre a metodologia que será adotada, sobre os riscos e benefícios envolvidos. Recebi uma via assinada e rubricada deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Local, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a) participante

Assinatura do (a) pesquisador(a)

Autorização para uso de imagem/voz (SE NECESSÁRIO; CASO NÃO HAJA NECESSIDADE, RETIRAR DO DOCUMENTO ESSA PARTE)

Autorizo o uso de minha imagem e/ou voz para fins específicos de divulgação dos resultados da pesquisa, sendo seu uso restrito a (DESCREVER AS FORMAS DE DIVULGAÇÃO DA IMAGEM E VOZ DO PARTICIPANTE DA PESQUISA). Fui informado que serão tomadas todas as medidas possíveis para preservar o anonimato e a minha privacidade.

Local, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a) participante

Assinatura do (a) pesquisador(a)

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, poderei consultar:

CEP/IFRS

E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

Pesquisador(a) principal: _____

Telefone para contato: _____

E-mail para contato: _____

ANEXO B – Certificado de participação/apresentação na 13º MoExP**CERTIFICADO**

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Campus Osório certifica que

RONALDO COLOMBO FLÔR

CPF 959.269.090-15 participou da 13ª Mostra de Ensino, Extensão e Pesquisa - MoExP como AUTOR(A) do trabalho de Ensino, Nível Ensino Superior intitulado: O CONCEITO DE FUNÇÃO: UMA ANÁLISE A LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS, apresentado no dia 14 de setembro de 2023.

Osório, 22 de setembro de 2023.

Claudia Pelissoli - Coordenadora da 13ª MoExP

a autenticidade deste documento pode ser verificada através da URL:
<https://sgoe.ifrs.edu.br/validar/A82393CE>